Александра БУЛГАКОВА, Андрей КУДРЯВЦЕВ,
Александр БОНДАРЬ
г. Николаев

ПРИМЕНЕНИЕ CRM-СИСТЕМ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ КЛИЕНТОВ

В статье рассмотрена задача повышения эффективности и качества учета взаимоотношений предприятия с клиентами на основе применения CRM-систем для автоматизации оценки показателей обслуживания клиентов.

Представленная CRM-система предназначена для систематизации учета работы с клиентами, количественного учета клиентов, учета статуса клиентов, ведение учета контактной информации (почтовых адресов, телефонов, Skype, ICQ и других), учета деловых контактов (звонков, писем, переговоров), планирование работы с клиентами, анализа количественных показателей работы сотрудников.

Описаны инструменты разработки, создания баз данных, разработка интерфейса пользователя, приведены результаты тестирования системы.

Ключевые слова: управление взаимоотношениями с клиентами, CRM-система, язык структурированных запросов SQL, система управления базами данных, веб-приложение, технология AJAX, серверная часть системы, клиентская часть системы.

Стаття надійшла до редколегії 26.02.2016

УДК 519.63.001.57

Олена ГЛАДКА, Ярослав БАБИЧ,
Володимир ГОЧ
м. Рівне
viklom@ukr.net

СИНТЕЗ МЕТОДІВ КОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ТА СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У LEF-ПЛАСТАХ

Розроблено методику моделювання нелінійних квазіідеальних фільтраційних процесів у криволінійних пористих LEF-пластах, що обмежені лініями течії і еквіпотенціальними лініями. В основу підходу покладено ідею синтезу числових методів конформних відображень та сумарних зображень. Розроблено алгоритм розв'язування відповідних крайових задач, що автоматично вирішує проблему вибору вузлів розрахункової сітки та побудови динамічної сітки, обчислення повної фільтраційної витрати і є основою для розрахунку поля швидкості та інших характеристик.

Ключові слова: нелінійні моделі, числовий метод конформних відображень, метод сумарних зображень, динамічна сітка, LEF-пласт.

У наш час залишаються актуальними проблеми створення якісних обчислювальних технологій для розрахунків основних кількісних характеристик процесів руху, зокрема, рідин і газів у пористому пласті. Незважаючи на велику кількість розробок у цьому напрямку, існують певні класи задач, для яких використання відомих методів є недостатнім. У роботах [1–3, 7, 8] запропоновано конструктивний підхід до моделювання квазіідеальних полів для одно- та багатозв'язних криволінійних областей, обмежених лініями течії і еквіпотенціальними лініями, на основі синтезу числових методів конформних (квазіконформних) відображень та сумарних зображень.

У цьому дослідженні, як і в [1–3], для моделювання нелінійних фільтраційних процесів застосовуються методи комплексного аналізу, у яких як компонента використовується метод сумарних зображень [4–6]. Числово-аналітичні методи сумарних зображень, як відомо, мають низку переваг: більшість невідомих, які входять у різницеву задачу, у рахунку участі не беруть, що забезпечує зменшення обсягу обчислювальної роботи, явний вигляд формул сумарних зображень дає змогу, зокрема, робити вибіркові обчислення, а також уникати накопичення обчислювальних похибок; ці методи є стійкими і добре адаптованими до комп'ютерної реалізації.

Суттєвим обмеженням методів сумарних зображень є можливість використання їх лише для деяких канонічних областей та їх об'єднань. Це обмеження зняте при дослідженні широкого класу задач в областях з криволінійними ділянками межі (лініями течії та еквіпотенціалями) шляхом обернення конформних відображень.

У цій роботі розроблювана методика викладена на прикладі, коли дослідження ідеального поля зведено до конформного відображення прямокутника з невідомою висотою (повною фільтраційною витратою) на LEF-область [1] – криволінійну чотирикутну область, обмежену лініями течії та еквіпотенціальними лініями (випадок 1) [3] чи криволінійну кільцеподібну двозв'язну область, обмежену еквіпотенціальними лініями (випадок 2) [2].

Розглянемо задачу знаходження гармонічної функції $\varphi = \varphi(x, y)$ (потенціалу) у криволінійній чотирикутній LEF-області G_z ($z = x + iy$), обмеженій еквіпотенціальними лініями $L_* = AB = \{z: f_1(x,y)=0\}$, $L^* = CD = \{z: f_3(x,y)=0\}$ і лініями течії $L_0 = DA = \{z: f_4(x,y)=0\}$, $L^0 = BC = \{z: f_2(x,y)=0\}$ (рис. 1, *а*), за крайових умов $\varphi\big|_{L_*} = \varphi_*$, $\varphi\big|_{L^*} = \varphi^*$, $\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{L_0} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\right|_{L^0} = 0$, де φ_*, φ^* – сталі, $-\infty < \varphi_* < \varphi^* < +\infty$, $\mathbf{n}$ – зовнішня нормаль до відповідної кривої. Випадок двозв'язної криволінійної LEF-області G_z°, що обмежена двома еквіпотенціалями – гладкими замкненими контурами – внутрішнім $L_* = \{z : f_*(x,y) = 0\}$ і зовнішнім $L^* = \{z : f^*(x,y) = 0\}$ з умовами на них $\varphi\big|_{L_*} = \varphi_*$, $\varphi\big|_{L^*} = \varphi^*$, зводиться до попереднього шляхом проведення умовного розрізу Γ вздовж лінії течії (яка знаходиться в процесі розв'язання задачі), що проходить через зафіксовану на контурі L_* деяку точку A, і утворення однозв'язної області $G_z = G_z^\circ \setminus \Gamma$, у якій L_0 і L^0 – відповідно верхній і нижній береги розрізу Γ (рис. 1, *б*) [2]. Процес фільтрації описується законом Дарсі $\vec{\upsilon} = \kappa \cdot \operatorname{grad}\varphi$ і рівнянням нерозривності $\operatorname{div}\vec{\upsilon} = 0$ [8], де $\vec{\upsilon} = \upsilon_x(x,y) + i\upsilon_y(x,y)$ – швидкість фільтрації, κ – деяка обмежена в G_z функція (чи тензор функцій другого роду), яка характеризує провідність середовища.

Аналогічно до [1–3], введенням функції течії $\psi = \psi(x,y)$, комплексно спряженої до $\varphi = \varphi(x,y)$, отримано більш загальну задачу на конформне відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x,y) + i\psi(x,y)$ області G_z на відповідну прямокутну область комплексного потенціалу $G_\omega = \{\omega = \varphi + i\psi : \ \varphi_* < \varphi < \varphi^*, \ 0 < \psi < Q\}$ з невідомим параметром (повною фільтраційною витратою) Q:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial x} = \kappa\dfrac{\partial\psi}{\partial y}, \quad \kappa\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} = -\dfrac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (x,y) \in G_z, \\ \varphi\big|_{L_*} = \varphi_*, \quad \varphi\big|_{L^*} = \varphi^*, \quad \psi\big|_{L_0} = 0, \quad \psi\big|_{L^0} = Q, \\ Q = \displaystyle\int_{L_*} -\frac{\partial\varphi}{\partial y}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial x}dy\,. \end{cases} \tag{1}$$

Задачу (1) (наслідуючи методологію, розроблену в [1–3]) замінимо на обернену до неї, оскільки, по-перше, область комплексного потенціалу G_ω є прямокутником, на відміну від геометрично складної фізичної області G_z, а по-друге, перехід до оберненого відображення автоматично вирішує проблему дискретизації задачі при застосуванні числових методів, дозволяє використати переваги методу сумарних зображень для розв'язання відповідних різницевих задач, будувати динамічну сітку руху речовини, визначити повну фільтраційну витрату Q (не розв'язуючи інтегрального рівняння) тощо.

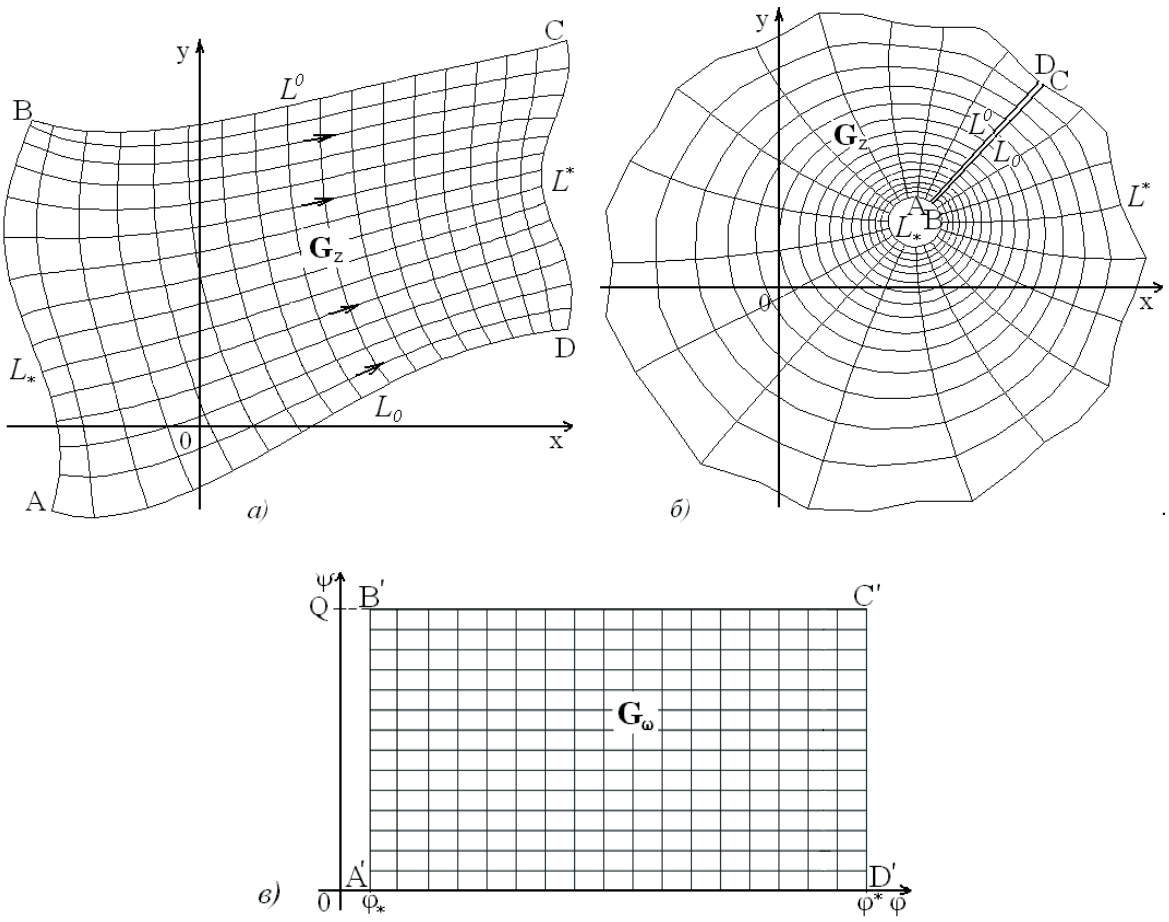

Рис. 1. Схема одно- (*а*) та двозв'язної (*б*) криволінійної LEF-області і відповідної їм області комплексного потенціалу (*в*)

Використовуючи формули переходу:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{1}{J}\frac{\partial y}{\partial\psi},\ \frac{\partial\varphi}{\partial y}=-\frac{1}{J}\frac{\partial x}{\partial\psi},\ \frac{\partial\psi}{\partial x}=-\frac{1}{J}\frac{\partial y}{\partial\varphi},\ \frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{1}{J}\frac{\partial x}{\partial\varphi},\ J=\frac{\partial x}{\partial\varphi}\frac{\partial y}{\partial\psi}-\frac{\partial x}{\partial\psi}\frac{\partial y}{\partial\varphi},$$

отримуємо відповідну крайову задачу на обернене конформне відображення $z=z(\omega)=x(\varphi,\psi)+$ $+\ iy(\varphi,\psi)$ області G_ω на G_z:

$$\begin{cases} \kappa\dfrac{\partial x}{\partial\varphi}=\dfrac{\partial y}{\partial\psi},\quad \dfrac{\partial y}{\partial\varphi}=-\kappa\dfrac{\partial x}{\partial\psi},\quad (\varphi,\psi)\in G_\omega, \\ f_*\left(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi)\right)=0,\quad f^*\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)=0,\quad 0\le\psi\le Q, \\ f\left(x(\varphi,0),y(\varphi,0)\right)=0,\quad f\left(x(\varphi,Q),y(\varphi,Q)\right)=0,\quad \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*, \\ Q=\displaystyle\int_0^Q\frac{\kappa}{J}\left(\left(\frac{\partial x}{\partial\psi}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\psi}\right)^2\right)d\psi. \end{cases} \tag{2}$$

Доповнивши задачу (2) умовами ортогональності ліній течії та еквіпотенціальних ліній до відповідних ділянок межі фізичної області:

$$\operatorname{grad}\psi(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi))\cdot\operatorname{grad}f_1(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi))=0,$$

$$\operatorname{grad}\varphi(x(\varphi,0),y(\varphi,0))\cdot\operatorname{grad}f_2(x(\varphi,0),y(\varphi,0))=0,$$

$$\operatorname{grad}\psi(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi))\cdot\operatorname{grad} f_3(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi))=0,$$

$$\operatorname{grad}\varphi(x(\varphi,Q),y(\varphi,Q))\cdot\operatorname{grad} f_4(x(\varphi,Q),y(\varphi,Q))=0$$

(випадок 1) чи

$$\operatorname{grad}\psi\left(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi)\right)\cdot\operatorname{grad} f_*\left(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi)\right)=0,$$

$$\operatorname{grad}\psi\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)\cdot\operatorname{grad} f^*\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)=0$$

(випадок 2),

як і в [1], зводимо до розв'язування в G_ω еліптичних диференціальних рівнянь другого порядку $\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\kappa\frac{\partial x}{\partial\psi}\right)=0$, $\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\kappa}\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\kappa\frac{\partial y}{\partial\psi}\right)=0,$ (рівнянь Лапласа $\Delta x(\varphi,\psi)=0$, $\Delta y(\varphi,\psi)=0$ при $\kappa=1$), за умов (у випадку 1):

$$\begin{gathered}f_1\left(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi)\right)=0,\quad f_3\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)=0,\quad 0\le\psi\le Q,\\ f_2\left(x(\varphi,Q),y(\varphi,Q)\right)=0,\quad f_4\left(x(\varphi,0),y(\varphi,0)\right)=0,\quad \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*,\end{gathered}\tag{3}$$

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_1}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_1}{\partial x}\right)\Bigg|_{\varphi=\varphi_*}=0,\quad \left(\frac{\partial x}{\partial\psi}\cdot\frac{\partial f_2}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\psi}\cdot\frac{\partial f_2}{\partial x}\right)\Bigg|_{\psi=Q}=0,\\ \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_3}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_3}{\partial x}\right)\Bigg|_{\varphi=\varphi^*}=0,\quad \left(\frac{\partial x}{\partial\psi}\cdot\frac{\partial f_4}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\psi}\cdot\frac{\partial f_4}{\partial x}\right)\Bigg|_{\psi=0}=0\end{gathered}\tag{4}$$

чи умов (у випадку 2):

$$\begin{gathered}f_*\left(x(\varphi_*,\psi),y(\varphi_*,\psi)\right)=0,\quad f^*\left(x(\varphi^*,\psi),y(\varphi^*,\psi)\right)=0,\quad 0\le\psi\le Q,\\ x(\varphi,0)=x(\varphi,Q),\quad y(\varphi,0)=y(\varphi,Q),\quad \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*,\end{gathered}\tag{5}$$

$$\begin{gathered}\lim_{\psi\to0+0}\frac{\partial x(\varphi,\psi)}{\partial\psi}=\lim_{\psi\to Q-0}\frac{\partial x(\varphi,\psi)}{\partial\psi},\quad \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*,\\ \lim_{\psi\to0+0}\frac{\partial y(\varphi,\psi)}{\partial\psi}=\lim_{\psi\to Q-0}\frac{\partial y(\varphi,\psi)}{\partial\psi},\quad \varphi_*\le\varphi\le\varphi^*,\\ \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_*}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f_*}{\partial x}\right)\Bigg|_{\varphi=\varphi_*}=0,\quad \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f^*}{\partial y}-\frac{\partial y}{\partial\varphi}\cdot\frac{\partial f^*}{\partial x}\right)\Bigg|_{\varphi=\varphi^*}=0.\end{gathered}\tag{6}$$

Для числового розв'язання задачі виконується її дискретизація шляхом побудови в G_ω ортогональної сітки $G_\omega^\gamma=\left\{\left(\varphi_i,\psi_j\right):\varphi_i=\varphi_*+\Delta_\varphi\cdot i,\quad i=\overline{0,m+1};\quad \psi_j=\Delta_\psi\cdot j,\quad j=\overline{0,n+1};\quad \Delta_\varphi=\frac{\varphi^*-\varphi_*}{m+1},\right.$ $\left.\Delta_\psi=\frac{Q}{n+1},\ m,\ n\in\mathbf{N}\right\}$, де $\gamma=\Delta_\varphi/\Delta_\psi$ – конформний інваріант, та заміни крайових умов і умов ортогональності в околі межі області – спеціальними числово-аналітичними різницевими рівняннями, зокрема, умов (3), (4):

$$\begin{cases}f_1(x_{0,j},y_{0,j})=0,\quad f_3(x_{m+1,j},y_{m+1,j})=0,\quad j=\overline{0,n+1},\\ f_2(x_{i,n+1},y_{i,n+1})=0,\quad f_4(x_{i,0},y_{i,0})=0,\quad i=\overline{0,m+1},\end{cases}\tag{7}$$

$$\begin{cases} f'_{1x}(x_{0,j},y_{0,j})(y_{1,j}-y_{0,j})-f'_{1y}(x_{0,j},y_{0,j})(x_{1,j}-x_{0,j})=0, \\ f'_{3x}(x_{m+1,j},y_{m+1,j})(y_{m,j}-y_{m+1,j})-f'_{3y}(x_{m+1,j},y_{m+1,j})(x_{m,j}-x_{m+1,j})=0, \\ f'_{2x}(x_{i,n+1},y_{i,n+1})(y_{i,n}-y_{i,n+1})-f'_{2y}(x_{i,n+1},y_{i,n+1})(x_{i,n}-x_{i,n+1})=0, \\ f'_{4x}(x_{i,0},y_{i,0})(y_{i,1}-y_{i,0})-f'_{4y}(x_{i,0},y_{i,0})(x_{i,1}-x_{i,0})=0, \quad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}, \end{cases} \tag{8}$$

а умов (5), (6):

$$\begin{cases} f_*(x_{0,j},y_{0,j})=0, \quad f^*(x_{m+1,j},y_{m+1,j})=0, \quad j=\overline{0,n+1}, \\ x_{i,0}=x_{i,n+1}, \quad y_{i,0}=y_{i,n+1}, \quad i=\overline{0,m+1}. \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} x_{i,0}=\alpha(x_{i+1,0}+x_{i-1,0})+\beta(x_{i,1}+x_{i,n})+0.05(x_{i-1,1}+x_{i+1,1}+x_{i-1,n}+x_{i+1,n}), \\ y_{i,0}=\alpha(y_{i+1,0}+y_{i-1,0})+\beta(y_{i,1}+y_{i,n})+0.05(y_{i-1,1}+y_{i+1,1}+y_{i-1,n}+y_{i+1,n}), \\ i=\overline{1,m}, \quad \alpha=\dfrac{0.5\Delta_\psi{}^2-0.1\Delta_\phi{}^2}{\Delta_\varphi{}^2+\Delta_\psi{}^2}, \quad \beta=\dfrac{0.5\Delta_\varphi{}^2-0.1\Delta_\psi{}^2}{\Delta_\varphi{}^2+\Delta_\psi{}^2}, \\ (4x_{1,j}-3x_{0,j}-x_{2,j})(x_{0,j+1}-x_{0,j-1})+(4y_{1,j}-3y_{0,j}-y_{2,j})\times \\ \times(y_{0,j+1}-y_{0,j-1})=0, \quad (3x_{m,j}+x_{m-2,j}-4x_{m-1,j})(x_{m,j+1}-x_{m,j-1})+ \\ +(3y_{m,j}+y_{m-2,j}-4y_{m-1,j})(y_{m,j+1}-y_{m,j-1})=0, \quad j=\overline{1,n}. \end{cases} \tag{10}$$

Формулу для наближеного знаходження конформного інваріанту γ отримаємо на підставі умови «конформної подібності в малому» відповідних елементарних чотирикутників областей G_ω^γ і G_z^γ (динамічної сітки, що утворена у фізичній області G_z шляхом перетину ліній течії і еквіпотенціалей) [3]:

$$\gamma=\frac{1}{(m+1)(n+1)}\sum_{i,j=0}^{m,n}\gamma_{i,j}, \tag{11}$$

де $\gamma_{i,j}=\dfrac{\sqrt{\left(x_{i+1,j}-x_{i,j}\right)^2+\left(y_{i+1,j}-y_{i,j}\right)^2}+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1}-x_{i,j+1}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1}-y_{i,j+1}\right)^2}}{\sqrt{\left(x_{i,j+1}-x_{i,j}\right)^2+\left(y_{i,j+1}-y_{i,j}\right)^2}+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1}-x_{i+1,j}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1}-y_{i+1,j}\right)^2}}$.

Невідому витрату Q у процесі ітераційних наближень знаходитимемо за формулою [3]:

$$Q=\Delta_\varphi\cdot(n+1)/\gamma. \tag{12}$$

Різницеві аналоги рівнянь Лапласа $\Delta x=0,\ \Delta y=0$ у сітковій області G_ω^γ, запишемо за різницевими схемами [5]:

$$\mathsf{L}_\gamma x_{i,j}=0, \quad \mathsf{L}_\gamma y_{i,j}=0, \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,n},$$

де $\mathsf{L}_\gamma x_{i,j}=x_{i+1,j}-2(1+\gamma^2)x_{i,j}+x_{i-1,j}+\gamma^2(x_{i,j+1}+x_{i,j-1})$,

розв'язки яких у процесі ітерацій знаходимо за формулами сумарних зображень [1, 3–6]:

$$x_{i,j}=\sum_{k=1}^{n}p_{j,k}\left(\mu_k^i a_k+\nu_k^i b_k+\gamma^2\sum_{t=1}^{m}\frac{\nu_k^{|i-t|}}{\mu_k-\nu_k}\left(p_{1,k}x_{t,0}+p_{n,k}x_{t,n+1}\right)\right)$$

$$y_{i,j}=\sum_{k=1}^{n}p_{j,k}\left(\mu_k^i c_k+\nu_k^i d_k+\gamma^2\sum_{t=1}^{m}\frac{\nu_k^{|i-t|}}{\mu_k-\nu_k}\left(p_{1,k}y_{t,0}+p_{n,k}y_{t,n+1}\right)\right) \qquad (13)$$

$$i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n},$$

де $x_{i,j}=x(\varphi_i,\psi_j)$, $y_{i,j}=y(\varphi_i,\psi_j)$, елементи матриці P-трансформацій $P=\left[p_{j,k}\right]_{j,k=1}^{n}$ обчислюються як $p_{j,k}=\frac{2}{\sqrt{2n+1}}\sin\frac{jk\pi}{n+1}$, елементи діагональних матриць $\mu^i=\left[\mu_k^i\right]_{k=1}^{n}$, $\nu^i=\left[\nu_k^i\right]_{k=1}^{n}$ визначаються за формулами

$$\mu_k=\eta_k+\sqrt{\eta_k^2-1},$$

$\nu_k=\eta_k-\sqrt{\eta_k^2-1}$, $\eta_k=1+\gamma^2\left(1-\cos\frac{k\pi}{n+1}\right)$, а довільні сталі a_k, b_k, c_k, d_k знаходяться із умов на ділянках AB і CD межі області.

Алгоритм числового розв'язування задачі будується на основі ідей методу блочної ітерації шляхом поетапної параметризації величини конформного інваріанту відображення, шуканих координат граничних та внутрішніх вузлів динамічної сітки. У результаті розв'язання задачі знаходиться значення повної фільтраційної витрати Q та значення шуканих функцій x і y (координат вузлів побудованої в області фільтрації динамічної сітки).

Задавши кількість $m\times n$ вузлів розбиття сіткової області G_ω^γ, параметр ε, що характеризує точність наближення розв'язку відповідної різницевої задачі, бажаний рівень конформності відображення δ_*, нульове наближення невідомої величини γ (або шуканої витрати Q), початкові значення функцій x і y у граничних вузлах сіткової області G_ω^γ (початкові наближення координат граничних вузлів динамічної сітки G_z^γ) з урахуванням крайових умов (7) (у випадку 1) чи (9) (у випадку 2) та обчисливши методом сумарних зображень (13) відповідні початкові значення функцій x і y у внутрішніх вузлах сіткової області G_ω^γ (початкові наближення координат внутрішніх вузлів динамічної сітки G_z^γ), знаходимо за формулами (11), (12) початкові наближення конформного інваріанту γ і повної витрати Q. Далі, уточнюємо значення функцій x і y у граничних вузлах (координати граничних вузлів динамічної сітки) за формулами (7), (8) чи (9)–(10) відповідно, вважаючи фіксованими два навколишні та відповідні приграничні вузли [3]. Нове наближення значень функцій x і y у внутрішніх вузлах (координат внутрішніх вузлів) знову проводимо за формулами сумарних зображень (13), які, на відміну від сіткових ітераційних методів, дозволяють відразу (за один крок без організації внутрішнього ітераційного процесу) отримати прийнятний розв'язок. Після цього, знову уточнюємо γ та Q за формулами (11) і (12).

Наприкінці кожної ітерації перевіряємо виконання умов стабілізації координат граничних вузлів динамічної сітки [3]. Визначаємо величину зміщення вузлів на межі за проведену k-ту ітерацію [3]; якщо вона більша за ε, то переходимо до подальшого уточнення вузлів. У протилежному випадку зупиняємо ітераційний процес і оцінюємо ступінь конформності δ [3] отриманого відображення області комплексного потенціалу на фізичну область. Якщо $\delta\le\delta_*$, то вважаємо, що задача розв'язана із необхідною точністю, інакше, збільшуємо кількість вузлів розбиття області чи змінюємо співвідношення між m і n (значення параметрів m і n доцільно задавати так, щоб виконувалася умова $\gamma\approx 1$, що з геометричної точки зору є умовою близькості сітки до квадратної) та повторно виконуємо кроки алгоритму.

Числові розрахунки, проведені для криволінійних областей різної конфігурації, зокрема з особливостями (негладкими ділянками межі, що може задаватися декількома аналітичними співвідношен-

нями та містити «зломи» під різними кутами, ділянками порушення конформності відображення тощо) та при різній дискретизації підтверджують, що запропонована обчислювальна схема є швидкозбіжною і економною стосовно використовуваних комп'ютерних ресурсів [3].

На рис. 2*а* наведена розрахована динамічна сітка, на рис. 2*б* – поверхня значень нев'язок конформності для області $G_z^{(1)}$, що обмежена кривими:

$$AA_0 = \left\{ z: x = \sin(y+a) - 10, -a \le y \le 4, a = 3 + 0.05(8 + \sin\pi(\sin 2 - 3))^2 \right\},$$

$$A_0B = \left\{ z: x = 0.021(y-4)^3 + y + \sin(4+a) - 14, 4 \le y \le 10 \right\},$$

$$BC = \left\{ z: 0 \le x \le 10, y = -5\sin 0.2x + 10 \right\},$$

$$CC_0 = \left\{ z: x = \sin 0.2\pi(y+b) + 10, -b \le y \le -5, b = 5\sin 2 - 10 \right\},$$

$$C_0D = \left\{ z: 2 \le x \le c, y = -0.05(x-c)^2 - 5, c = \sin\pi(\sin 2 - 3) + 10 \right\},$$

$$AD = \left\{ z: -10 \le x \ge 2, y = -\sin 0.25\pi x - a - 1 \right\}.$$

При розбитті області 80×80 отримані значення $Q = 1.03043$, $\delta = 0.07605$ (тут і надалі, $\varphi_* = 0, \varphi^* = 1$, $\varepsilon = 10^{-6}$). Як бачимо, не зважаючи на «значну криволінійність» цієї області, найбільші «порушення» конформності відображення спостерігаються лише в околах особливих точок.

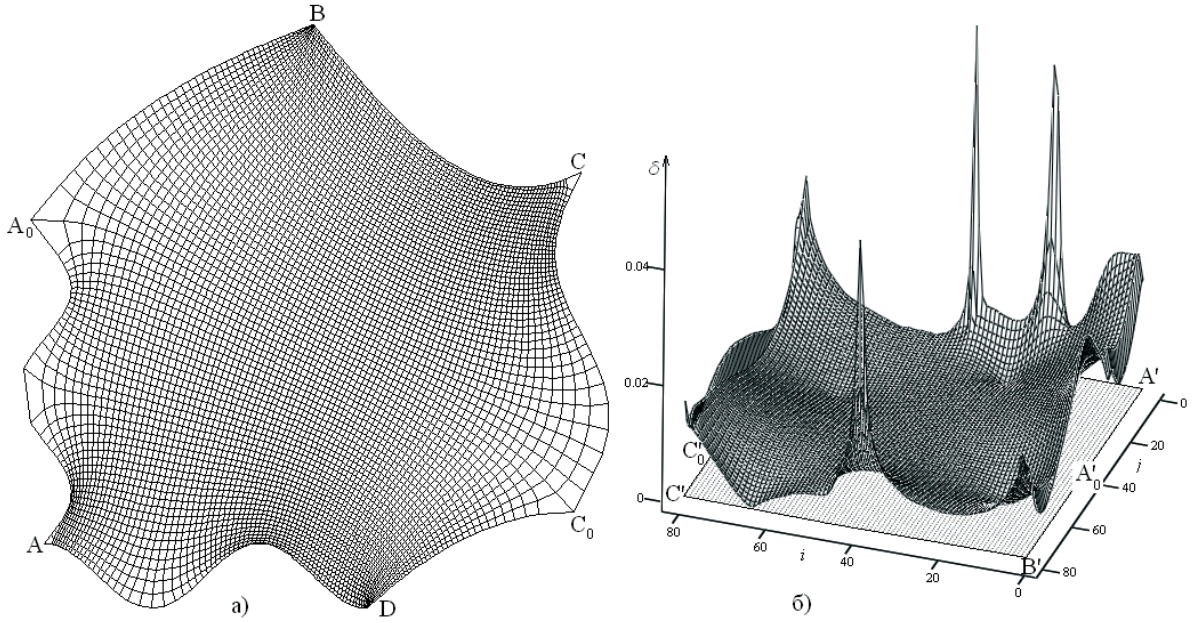

Рис. 2. Динамічна сітка в області $G_z^{(1)}$ (*а*) і поверхня значень нев'язок конформності відносно відповідної області комплексного потенціалу (*б*)

Область $G_z^{(2)}$ (рис. 3, *а*) обмежена колами з радіусами 1 і 35 відповідно, внутрішнє коло має зміщений центр на 10 по осях 0x і 0y. За $\mathsf{k} = 196$ ітерацій при розбитті області 50×80 отримано значення $Q = 1.54383$ і $\delta = 0.07467$. Розраховані результати для області $G_z^{(3)}$ (рис. 3 б), що обмежена лініями

$$L_* = \left\{ x + iy : x = 0.095\cos\tau - 0.1, y = 0.095\sin\tau + 0.15, 0 \le \tau < 2\pi \right\},$$

$$L^* = \left\{ x + iy : \ +0.1\cos 3\tau, y = 1.5\sin\tau - 0.1\sin 3\tau, 0 \le \tau < 2\pi \right\},$$

при $m \times n = 50 \times 70$, становлять: $\mathsf{k} = 193$, $Q = 2.02231$, $\delta = 0.00667$.

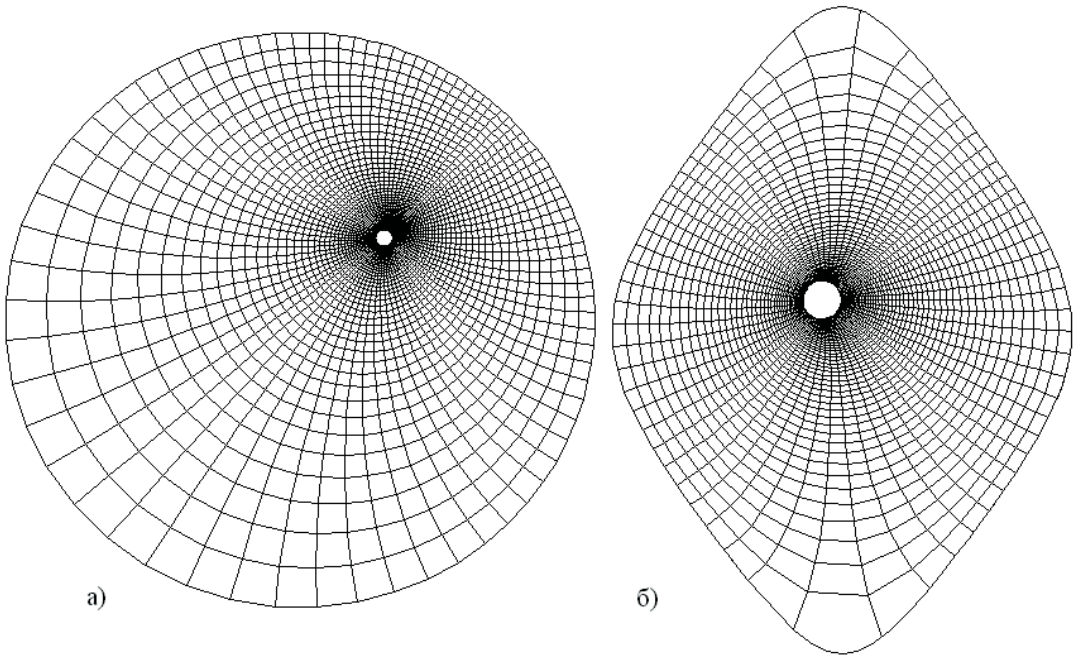

Рис. 3. Динамічні сітки в областях $G_z^{(2)}$ (*а*) і $G_z^{(3)}$ (*б*)

Таким чином, на основі синтезу числових методів сумарних зображень та конформних відображень розроблено методику моделювання ідеальних полів для криволінійних LEF-областей, а також створено обчислювальну технологію розв'язування відповідних нелінійних крайових задач для систем еліптичних диференціальних рівнянь. Використання методу сумарних зображень як компоненти розробленої раніше методики на основі комплексного аналізу дає можливість у комплексі (сумарно) на кожному ітераційному кроці враховувати вплив граничних та навколишніх внутрішніх вузлів, котрі в свою чергу «підправляються» на наступному ітераційному кроці за допомогою так званих умов ортогональності [12], які є наслідками умов Коші-Рімана і, отже, пришвидшує досягнення спряженості шуканих гармонічних функцій.

Список використаних джерел

1. Бомба А. Я. Обчислювальні технології на основі методів комплексного аналізу та сумарних зображень : монографія / А. Я. Бомба, О. М. Гладка, А. П. Кузьменко. — Рівне : ТзОВ Ассоль, 2016. — 283 с.
2. Бомба А. Я. Синтез числових методів квазіконформних відображень, сумарних зображень та декомпозиції області для розв'язання нелінійних крайових задач у шаруватих середовищах / А. Я. Бомба, О. М. Гладка // Журнал обчислювальної та прикладної математики. — 2013. — № 1 (111). — С. 35—45.
3. Бомба А. Я. Синтез числових методів конформних відображень та сумарних зображень при моделюванні ідеальних полів для криволінійних областей / А. Я. Бомба, А. П. Кузьменко, О. М. Гладка // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. — 2012. — № 2. — С. 87—94.
4. Гладка О. М. Про розв'язок крайової задачі для рівняння дивергентного типу у нескінченній багатошаровій смузі / О. М. Гладка, А. П. Кузьменко // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач : Зб. наук. праць. — К. : Ін-т математики НАН України, 1995. — Вип. 9. — С. 168—173.
5. Ляшко И. И. Численно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации / И. И. Ляшко, И. М. Великоиваненко. — К. : Наукова думка, 1973. — 264 с.
6. Положий Г. М. Численное решения двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента / Г. М. Положий. — К. : Изд-во КГУ, 1962. — 161 с.
7. Bomba A. The syntheses of numerical methods of complex analysis and numerical-analytical representations for solving of a class of nonlinear boundary value problems in curvilinear domains / A. Bomba, O. Hladka. // Zeszyty Naukowe WSinf (Polska, Łódź). — 2014. — Vol. 13, Nr 1. — C. 120—131.
8. Hladka O. The complex analysis method of numerical identification of parameters of quasiideals processes in doubly-connected nonlinear-layered curvilinear domains / O. Hladka, A. Bomba // Journal of Mathematics and System Science (USA). — 2014. — Vol. 4, № 7 (Ser. No. 29). — P. 514—521.

Olena HLADKA, Yaroslav BABYCH, Volodymyr HOCH
Rivne

SYNTHESIS OF METHODS OF CONFORMAL MAPPINGS AND SUMMARY REPRESENTATIONS AT THE MODELLING OF FILTRATION PROCESSES IN LEF-LAYERS

The method for modelling of the nonlinear quasiideal filtration processes in the curvilinear porous LEF-layers bounded by lines of flow and equipotential lines was developed. In the approach we put the idea of synthesis of numerical methods of conformal mappings and summary representations. We have developed the algorithm for solving the corresponding boundary value problems that automatically solves the problem of choice of units the computational grids, the construction of a dynamic grid, calculating the total filtration flow, and are the basis for the calculation of the velocity field and other characteristics.

Key words: nonlinear models, numerical method of conformal mappings, summary representations method, dynamic grid, LEF-layer.

Елена ГЛАДКАЯ, Ярослав БАБИЧ, Владимир ГОЧ
г. Ровно

СИНТЕЗ МЕТОДОВ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ И СУММАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В LEF-ПЛАСТАХ

Разработана методика моделирования нелинейных квазиидеальных фильтрационных процессов в криволинейных пористых LEF-пластах, ограниченных линиями тока и эквипотенциальными линиями. В основу подхода положена идея синтеза численных методов конформных отображений и суммарных представлений. Разработан алгоритм решения соответствующих краевых задач, который автоматически решает проблему выбора узлов расчетной сетки и построения динамической сетки, вычисления полного фильтрационного расхода, и является основой для расчета поля скорости и других характеристик.

Ключевые слова: нелинейные модели, численный метод конформных отображений, метод суммарных представлений, динамическая сетка, LEF-пласт.

Стаття надійшла до редколегії 18.02.2016

УДК 004.738.52

В'ячеслав ЗОСІМОВ, Дар'я ГОРІШНЯ
м. Миколаїв
zosimovvv@bk.ru, dasha_gorishnya@mail.ua

АЛЬТЕРНАТИВНІ ВИДИ ПОШУКУ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В ІНТЕРНЕТІ

У статті проведено аналіз видів пошуку інформації в Інтернеті, зокрема науково-технічної. Розглядаються та порівнюються найбільш оптимальні інформаційні системи та каталоги сайтів, до яких можна звертатися за пошуком. Окреслені основні критерії веб-сторінок, призначених для наукових цілей, досліджень, обміну інформацією та досвідом. Зазначено про актуальність описів наукових експериментів у вигляді блогів, що дозволяє, зафіксувавши хронологію, умови і деталі їх проведення, вирішувати проблеми авторських прав і відкритої експертизи наукових результатів. Зроблено акцент на перевагах Інтернет простору в науковій діяльності та можливості його ефективного використання.

Ключові слова: пошукові системи, Інтернет, каталог сайтів, публікації, форум, користувачі, блог.

Зі стрімким розвитком інноваційних комп'ютерних технологій та інформаційних ідей, Інтернет стає для нас високоспеціальним інструментом. Адже сьогодні Всесвітня павутина є невід'ємною частиною повсякденного життя людей в будь-якій сфері діяльності та в будь-якій країні нашої планети. Вільний потік інформації дозволяє людям самостійно мислити і розвивати власні ідеї.