

## **ВИЗНАЧЕННЯ ВПОРЯДКОВАНОГО РЯДУ ТОЧОК АПРОКСИМУЮЧОЇ НАПРЯМНОЇ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ КОНІЧНОЇ ПОВЕРХНІ**

*Розроблено алгоритм визначення впорядкованого ряду точок апроксимуючої напрямної дискретно представленої конічної поверхні. Точки напрямної були впорядковані за кутовим відхиленням між інцидентними цим точкам твірними і зв'язками сіткових ліній у відповідних їм точках. Наведений приклад роботи розробленого алгоритму.*

*Ключові слова: дискретно представлена конічна поверхня, напрямна, твірна.*

Нехай конічна поверхня представлена точковим каркасом в межах деякого відсіку і координати вершини конуса є відомими. Тоді отримаємо твірні цієї поверхні, провівши прямі лінії через точки відсіку і вершину конуса. Рухаючи точки відсіку вздовж твірних, ми зможемо отримати координати точок поверхні за межами заданого відсіку. Проте інформація про поверхню буде відома лише вздовж цих твірних. Якщо ж вдалося б певним чином отримати дискретно представлену напрямну поверхні, то це дозволило б відтворити конічну поверхню більш детально. Для цього можна використати методи дискретної інтерполяції [2] і загустити ряд твірних до необхідної точності. Також для дискретно представленої напрямної можна виконати згладжувальну сплайн-інтерполяцію. В такому випадку ми зможемо отримати апроксимуюче рівняння континуально заданої напрямної.

Розроблений алгоритм наближеного визначення вершини конуса дискретно представленої поверхні був описаний у статті [1]. Якщо провести твірні через апроксимуючу вершину поверхні і усі точки дискретно представленої поверхні та задати площину, яка не проходить через вершину конуса і перетинається з усіма твірними, наприклад, перпендикулярну до однієї з побудованих твірних, то твірні перетнуть задану площину в певних точках. Ці точки будуть належати плоскій напрямній конічної поверхні. Проте у роботі [1] не пояснюється як саме ці точки впорядковувати.

У роботі поставлено мету – розробити алгоритм визначення впорядкованого ряду точок апроксимуючої напрямної дискретно представленої конічної поверхні.

Визначаємо апроксимуючу дискретно представлену плоску напрямну конічної поверхні. Для цього був використаний той факт, що усі твірні конічної поверхні проходять через її вершину, а значення кута, обчисленого між суміжними парами твірних, змінюється плавно.

Алгоритм наближеного визначення дискретно представленої плоскої напрямної конічної поверхні складається з таких дій.

1. Визначаємо координати точок цієї напрямної. Для цього проводимо твірні через апроксимуючу вершину поверхні і усі точки дискретно представленої поверхні. Задаємо площину, яка не проходить через вершину конуса і перетинається з усіма твірними, наприклад перпендикулярну до однієї з побудованих твірних. Визначаємо координати точок, в яких твірні перетинають площину.

2. Впорядковуємо направляючі вектори твірних конічної поверхні, отримані у пункті 1, і відповідні їм точки напрямної та точки заданої точки дискретно представленої поверхні. Процес впорядкування точок точки дискретно представленої поверхні буде показаний на прикладі відсіку дискретно представленої поверхні з трикутними комітками на прямокутному плані. Він для більшої наочності зображений у вигляді плоского відсіку дискретно представленої поверхні з пронумерованими вершини (рис. 1).

2.1. Визначаємо найбільш віддалену від інших точку напрямної. Для цього для кожної точки обчислюємо суму відстаней між цією точкою і усіма іншими точками. На рис. 1 точка заданого відсіку поверхні, що відповідає найбільш віддаленій від інших точці напрямної, має номер 33 (на рис. 2 позначена квадратом). Призначаємо цій точці перше місце (рис. 2) у впорядкованому ряді точок апроксимуючої дискретно представленої напрямної.

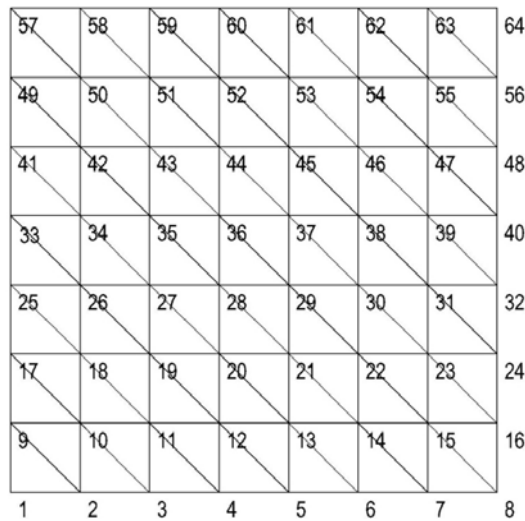


Рис. 1. Відсік дискретно представленої поверхні з пронумерованими вершинами

2.2. Кривина вздовж напрямної кінчної поверхні змінюється плавно, тому кутове відхилення між суміжними твірними буде невелике. Використовуючи цю властивість, впорядковуємо усі інші направляючі вектори апроксимуючих твірних і відповідні для них точки напрямної та точки ДПП: направляючі вектори впорядковуються за мінімальним кутовим відхиленням між крайньою впорядкованою твірною і твірними, побудованими в точках ДПП, інцидентних точкам уже впорядкованих твірних. Кожну впорядковану точку ДПП позначаємо кругом і призначаємо їй порядковий номер (рис. 2). Якщо під час цих дій умовно ділити всі точки на точки з впорядкованими твірними і точки – з не впорядкованими, то окремі точки або групи точок можуть бути пропущені. Ці точки не мають жодної сіткової лінії, яка була б інцидентна частині відсіку з не впорядкованими твірними. Якщо це трапляється, то у даному підпункті алгоритму апроксимуючі твірні, що відповідають цим точкам, більше не використовуються. На рис. 1 ці точки мають номери 1, 6, 9, 17, 25, 31. Це найчастіше трапляється у випадках, коли точки відсіку не належать якійсь певній кінчній поверхні. Також точки можуть бути пропущені, коли напрямна є не замкненою і найбільш віддалена від інших точка напрямної, визначена у підпункті 2.1, не є крайньою. На рис. 2 такі точки мають номери 1, 9, 17, 25. Отже, після виконання підпункту 2.2 точки розмістилися в такому порядку: 33, 2, 10, 18, 26, 41, 49, 57, 34, 3, 11, 19, 42, 50, 27, 4, 12, 58, 35, 20, 43, 5, 51, 59, 28, 36, 13, 21, 44, 52, 29, 37, 60, 14, 22, 45, 30, 7, 15, 53, 61, 38, 23, 8, 46, 54, 62, 16, 24, 39, 47, 55, 32, 40, 48, 63, 56, 64.

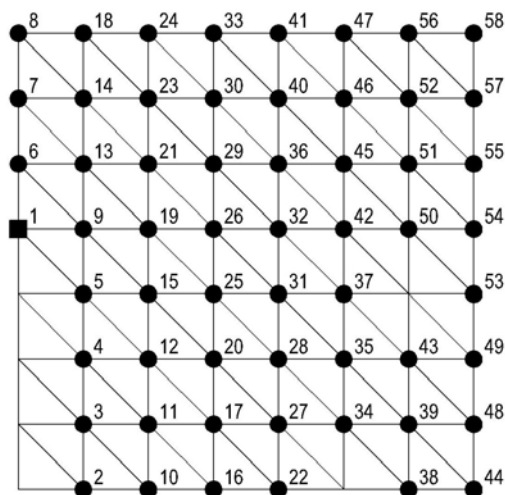


Рис. 2. До визначення неповного ряду направляючих векторів апроксимуючих твірних

2.3. Доповнюємо впорядкований ряд направляючих векторів апроксимуючих твірних, пропущеними векторами. На рис. 1 цим векторам відповідають вектори твірних, отриманих для точок 1, 6, 9, 17, 25, 31 (на рис. 3 позначені квадратами).



векторів апроксимуючих твірних. Отже, після виконання підпункту 2.3 точки розмістилися в такому порядку: 33, 2, 10, 18, 26, 41, 49, 57, 34, 3, 11, 19, 42, 50, 27, 4, 12, 58, 35, 20, 43, 5, 51, 59, 28, 36, 13, 21, 44, 52, 29, 37, 60, 6, 14, 22, 45, 30, 7, 15, 53, 61, 38, 23, 8, 46, 54, 62, 16, 24, 31, 39, 47, 55, 32, 40, 48, 63, 56, 64.

Слід зазначити, що даний алгоритм не дозволяє отримати замкнену напрямну конічної поверхні: в цій напрямній буде бракувати однієї ланки.

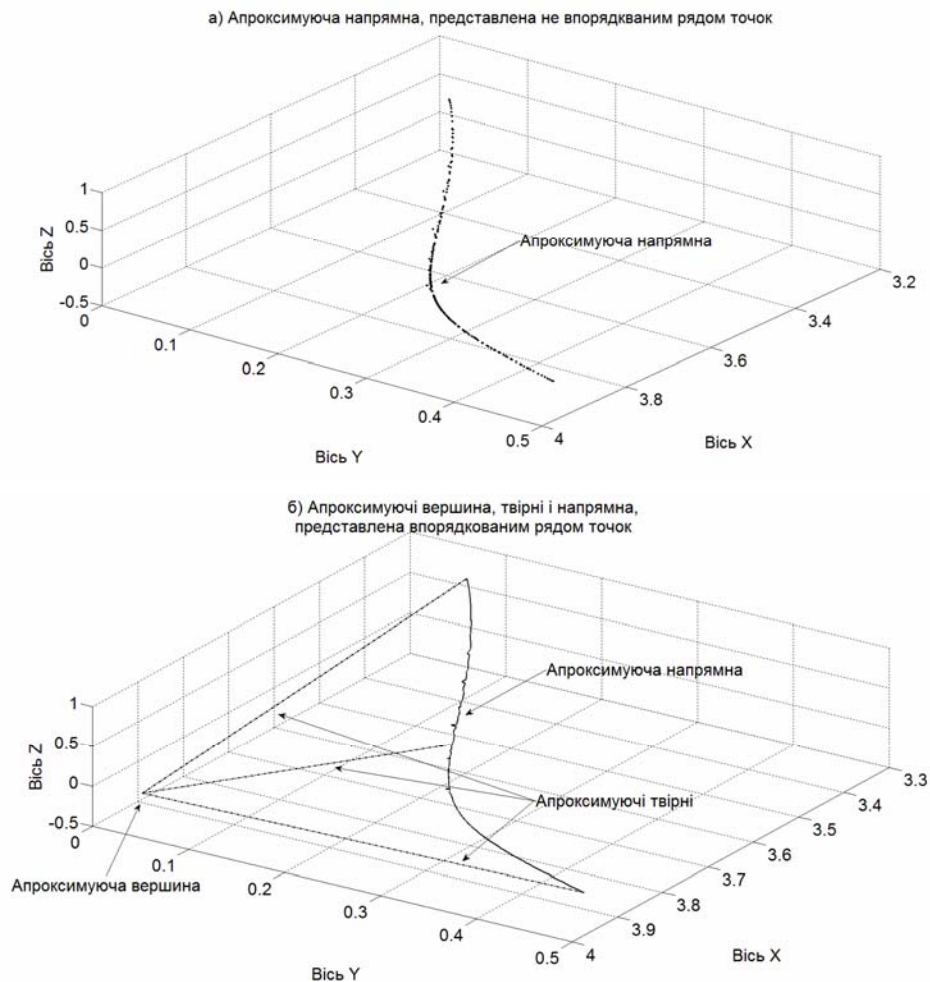


Рис. 5. Результати роботи розробленого алгоритму

Точність і працездатність розробленого алгоритму була перевірена на десяти різних конічних поверхнях. Досліджувані поверхні обиралися таким чином, щоб їхні плоскі напрямні мали різний характер зміни кривини.

Спершу на площині  $z = 0$  задавалась необхідна сітка, яка складалась з трикутних комірок. За одиницю довжини був прийнятий 1 м. Розміри сторін відсіку складали  $3,5 \times 3,5$  м. Крок точок по осі абсцис і ординат дорівнював 0,25 м. Після цього в точках відсіку обчислювалася апліката. Таким чином отримувалася дискретно представлена поверхня. Оскільки рівняння поверхонь були відомими, то була можливість порівняти дійсні значення з наближеними.

На рис. 5, а і б продемонстровані результати роботи алгоритму на прикладі відсіку конічної поверхні, описаної рівнянням (рис. 6):

$$z = \frac{360 \cdot (4-x)^3}{4 \cdot (64 \cdot y^2 + 36 \cdot (4-x)^2)} - \frac{5 \cdot (4-x)}{4}.$$

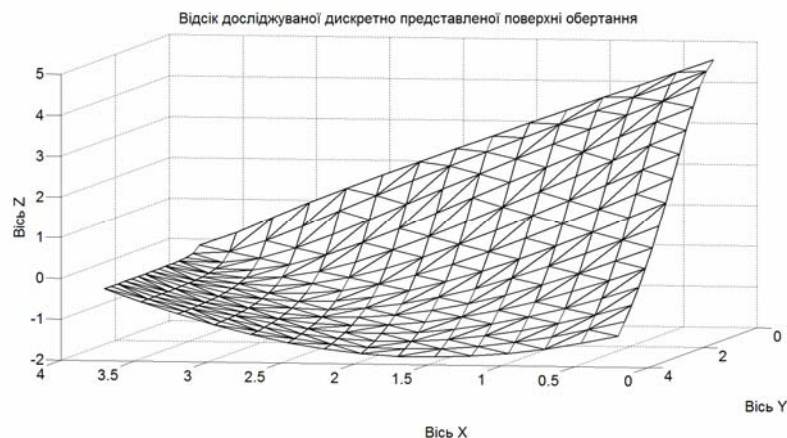


Рис. 6. Відсік досліджуваної дискретно представлені поверхні

У статті розроблено алгоритм наближеного визначення апроксимуючої плоскої напрямної дискретно представлені конічної поверхні. Надалі напрямну можна загустити методами дискретної інтерполяції. Також для твірної можна виконати згладжувальну сплайн-інтерполяцію і отримати рівняння апроксимуючої континуально заданої поверхні. В подальшому планується розробити алгоритми наближеного визначення визначників інших дискретно представлених поверхонь.

#### Список використаних джерел

1. Літницький С. І. Наближене визначення осі обертання і твірної дискретно представлені поверхні обертання [Текст] / С. І. Літницький, Є. В. Пугачов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. — Вип. 4, Т. 56. — Мелітополь : ТДАТУ, 2013. — С. 118–125.
2. Найдиш В. М. Основи прикладної дискретної геометрії. — Мелітополь : Люкс, 2007. — 193 с.

**Сергей ЛИТНИЦКИЙ**

г. Ровно

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПОРЯДОЧЕННОГО РЯДА ТОЧЕК АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Разработан алгоритм определения упорядоченного ряда точек аппроксимирующей направляющей дискретно представленной конической поверхности. Точки направляющей были упорядочены по угловым отклонениям между инцидентными этим точкам образующими и связями сетевых линий в соответствующих им точках. Приведен пример работы разработанного алгоритма.*

*Ключевые слова: дискретно представленная коническая поверхность, направляющая, образующая.*

**Sergii LITNITSKIY**

Rivne

### DEFINITION OF DISCRETELY PRESENTED CONICAL SURFACE APPROXIMATING DIRECTING POINTS ORDERED NUMBER

*The algorithm of discretely presented conical surface approximating directing points ordered number is made. Directing points are ordered for angular deviation between generating and grid lines connections of these points. Example of algorithm work is shown.*

*Key words: discretely presented conic surface, directing, generatrix.*

Стаття надійшла до редколегії 05.10.2016