

## МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ КОМУНІКАЦІЙ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО МЕТОДУ

*Актуальність даної роботи полягає у розробці ефективних сучасних методів геометричного моделювання транспортних комунікацій у вигляді складних криволінійних поверхонь у зв'язку з суттєвим підвищенням сучасних вимог щодо якості процесів проектування таких об'єктів.*

*Ключові слова: однопараметрична множина, дискретно задані функції, інтерполяція, вузол інтерполяції, транспортні комунікації.*

Геометричне моделювання складних криволінійних поверхонь – це досить складна задача й водночас важлива проблема, які часто зустрічаються при проектуванні певних технічних об'єктів, наприклад, різного роду транспортних комунікацій, а саме, автомобільних доріг, тунелів тощо.

У переважній більшості випадків такі поверхні не можуть бути задані аналітично, тобто неможливо отримати аналітичну (континуальну) модель цих поверхонь. Стає зрозумілим, що отримати математичну модель таких об'єктів можливо тільки у дискретному вигляді. Необхідно зазначити, що дискретний спосіб представлення геометричної інформації щодо об'єкта, що моделюється, є, як відомо, універсальним і одним з раціональних.

Одним з типових і поширених способів представлення дискретних моделей складних поверхонь, що не піддаються аналітичному опису, при моделюванні технічних форм є використання дискретних каркасів (точкових або ж лінійних). І, як показує практика геометричного моделювання, такі моделі оптимально підходять для алгоритмізації та подальшого проектування.

Дискретний підхід, а в нашому випадку саме дискретно-інтерполяційний, можна вважати більш загальним, тому що від неперервно-аналітичної моделі практично завжди можна перейти до дискретної.

У якості інтерполяційних поліномів для побудови певних інтерполяційних схем моделювання пропонується використати інтерполяційні поліноми Лагранжа. Вибір саме інтерполяційних поліномів Лагранжа, на нашу думку, серед певної кількості інших інтерполяційних поліномів є оптимальним, що обумовлено, по-перше, необов'язковим рівномірним розташуванням вузлів інтерполяції, що дуже важливо з практичної точки зору, по-друге, можливістю представлення по кожній змінній своєї кількості вузлів інтерполяції. На основі цього ми зможемо отримати дискретні геометричні моделі різних досить складних криволінійних поверхонь.

Особливо підкреслимо нетрадиційність даного підходу, яка полягає у тому, що під вузлами інтерполяції розуміються не точки, а більш складні геометричні об'єкти, наприклад, лінії та поверхні, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей та параметрів. Під схемою інтерполяції надалі будемо розуміти схему розташування саме таких її вузлів. Використання таких інтерполяційних схем дозволить нам отримати деяку однопараметричну множину об'єктів, зокрема поверхонь.

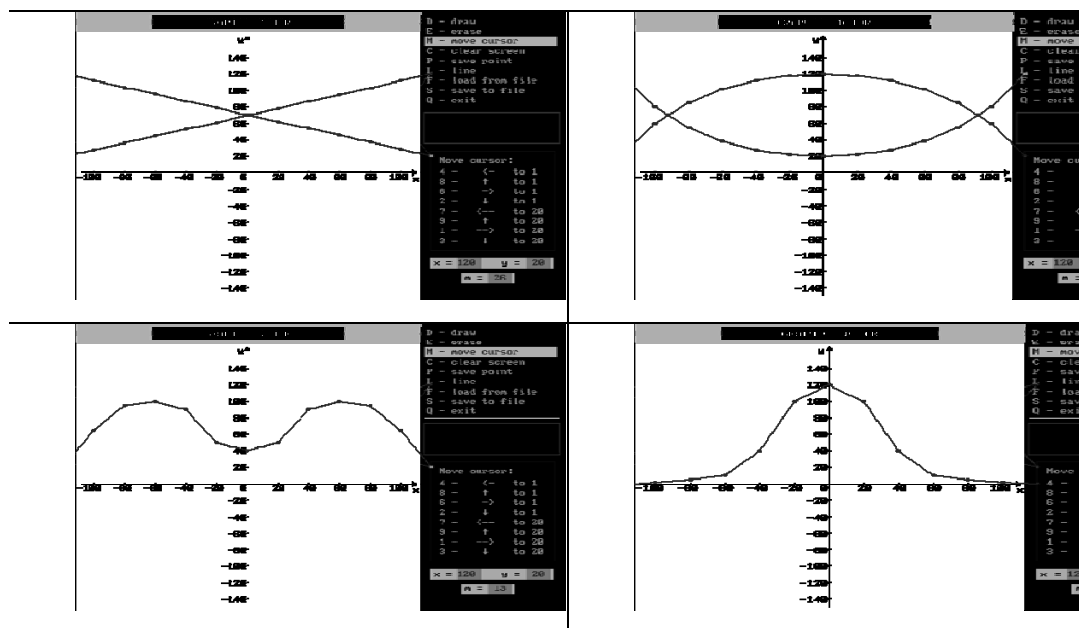
Отримані таким чином однопараметричні множини, є дискретно-інтерполяційними математичними моделями багатопараметричних об'єктів. Елементом таких множин є деяка дискретна функція, або ж функціонал, що у загальному випадку може бути представлений, як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись.

Інтерполювання таких дискретних функцій чи функціоналів здійснюється таким чином: у вузлах інтерполяції розміщуються певні базові функції, а саме дискретні масиви. Ці базові вузлові функції формуються певним чином, і це може залежати від конкретних технічних умов об'єктів. Тобто фактично йдеться про моделювання за наперед заданими умовами, що також є оригінальним елементом цієї роботи.

У табл. 1 наведені такі вузлові функції у вигляді певних дискретних ліній. Це, у свою чергу, дає можливість отримати деякий функціонал  $\Phi(p_{i,j})$ , з вектором параметрів, що включає в себе інтерполяційний параметр, координатні змінні, параметри, що характеризують форму та положення об'єктів.

Таблиця 1

Приклади формування вузлових функцій



Наведемо інтерполяцію дискретних масивів у загальному випадку, як оригінального та універсального способу моделювання багатопараметричних складних технічних об'єктів, а саме в нашому випадку, складних поверхонь.

Нехай  $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$  – багатопараметрична неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала  $\Phi(p_{i,j})$ , що заданий матрицею  $M[i, j]$ .

$$F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j],$$

де

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \dots & \dots & P_{1,n} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \dots & \dots & P_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{m,1} & P_{m,2} & \dots & \dots & P_{m,n} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Розглядаючи (1) у якості певного вузла інтерполяції, використаємо інтерполяційний поліном Лагранжа. У випадку одновимірної інтерполяції отримаємо  $M[i, j]$  як

$$M_n[i, j] = \sum_{i=0}^{n-1} M_i[i, j] \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (2)$$

де  $n$  – кількість вузлів інтерполяції,  $u$  – параметр  $M_i[i, j]$ , відповідний проміжному перерізу (положенню або ж стану).

Відповідно, поліном Лагранжа може набути такого вигляду:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j}, \quad (3)$$

де  $u$  – параметр інтерполяції,  $F(p_1, p_2, \dots, p_k)$  – вузлова функція,  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – параметри вузлової функції,  $n$  – кількість вузлів інтерполяції.

Тепер наведемо алгоритм процесу моделювання поверхонь:

1. Формування вузлових функцій у вигляді певних дискретних ліній за необхідною геометричною формою. Дискретною математичною моделлю їх є одновимірні чисельні масиви.

2. Форма цих ліній може бути довільною, або ж відповідати наперед заданим умовам, щодо майбутньої криволінійної технічної форми. Це особливо важливо на стадії попереднього ескізного проектування. Такі дискретні масиви формуються у відповідному, розробленому автором, програмному забезпеченні.

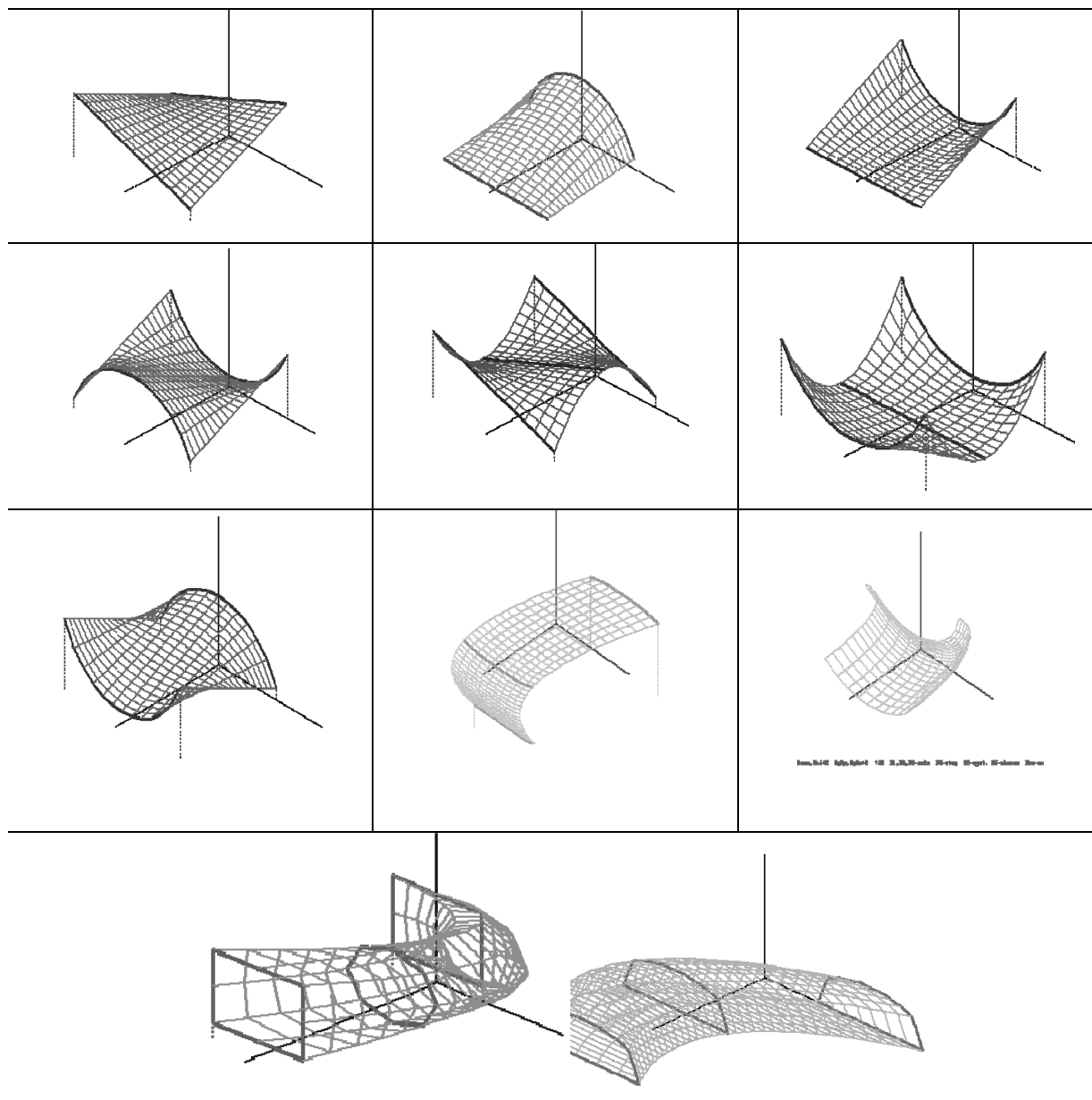
3. Сформовані бази даних, а саме вузлові функції, використовуються в роботі основної моделюючої програми, що дозволяє отримати дискретну геометричну модель майбутньої поверхні.

4. Виконується візуалізація змодельованої поверхні з вибором системи.

У табл. 2 наведені деякі приклади побудованих поверхонь за вказаним методом на основі різної кількості вузлів інтерполяції, що відмічені потовщеними лініями.

Таблиця 2

**Побудова та візуалізація різноманітних поверхонь**



Запропонований метод дозволяє моделювати складні криволінійні поверхні, які є геометричними моделями певних технічних об'єктів, а саме транспортних комунікацій, причому з наперед заданими умовами і має велику варіативність. Зазначимо, що такий підхід дозволяє включати в однопараметричну множину навіть об'єкти, що мають різну структуру і властивості. Також є раціональним застосування даного методу щодо моделювання багатопараметричних об'єктів і навіть середовищ, що характеризуються різноякісними параметрами, які часто просто неможливо функціонально-аналітично поєднати у звичайній математичній моделі.

### **Список використаних джерел**

1. Холковський Ю. Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів / Ю. Р. Холковський // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. — Мелітополь : ТДАТУ, 2011. — Вип. 4 — Т. 51. — С. 156—160.
2. Холковський Ю. Р. Моделювання складних просторових форм із використанням дискретно-інтерполяційного підходу // Труды 14-й Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования». — Мелітополь : ТДАТУ, 2012. — С. 51—57.
3. Холковський Ю. Р. Побудова геометричних моделей технічних об'єктів із використанням дискретно-інтерполяційного підходу // Збірник наукових праць XVI Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання». — Мелітополь, 2014. — Вип. 1. — С. 138—143.

**Yuriy KHOLKOVSKY**  
Kyiv

### **MODELING OF TRANSPORT COMMUNICATIONS ON THE BASIS OF DISCRETE-INTERPOLATION METHOD**

*On the basis of alternative discrete-interpolation method, we consider the construction of geometric models of transport communications in the form of complex surfaces.*

*Key words: one-parameter set, discrete set of functions, interpolation, the interpolation node, transport communications.*

**Юрий ХОЛКОВСКИЙ**  
г. Киев

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ КОММУНИКАЦИЙ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО-ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МЕТОДА**

*На основе нетрадиционного дискретно-интерполяционного метода рассмотрено построение геометрических моделей транспортных коммуникаций в виде сложных поверхностей.*

*Ключевые слова: однопараметрическое множество, дискретно заданные функции, интерполяция, узел интерполяции, транспортные коммуникации.*

Стаття надійшла до редколегії 01.10.2016