УДК 004.855.5:517.521.15

Тетяна АЛТУХОВА
м. Покровськ
tanyalt1@rambler.ru

АПРОКСИМАЦІЯ БАГАТОВИМІРНИХ НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ СТЕПЕНЕВИМИ РЯДАМИ МЕТОДОМ ЗВОРОТНЬОГО ПОШИРЕННЯ ПОХИБКИ

Дана стаття висвітлює питання застосування алгоритму зворотного поширення похибки задля оптимізації значень коефіцієнтів багатовимірного функціонального ряду Тейлора з метою підвищення точності ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування.

Ключові слова: багатомірний нелінійний об'єкт, ряд Тейлора, штучна нейронна мережа, ідентифікація, метод зворотного поширення похибки.

На теперішній час новітні розробки вітчизняних і закордонних вчених спрямовані на пошуки оптимальних топологій штучних нейронних мереж та їх алгоритмів тренування з огляду на універсальність застосування останніх в задачах автоматичного керування складними нелінійними об'єктами. Загально відомо, що багато змінних стану не можуть бути ідентифіковані або виміряні класичними способами, що становить задачу пошуку більш точних методів ідентифікації змінних стану багатовимірних об'єктів систем керування. Вирішення даної задачі, крім іншого, полягає у використанні методів теорії наближення функцій степеневими рядами разом із методами теорії штучного інтелекту. Необхідно звернути увагу і на те, що поєднання цих методів дасть можливість зекономити обчислювальні ресурси за рахунок оптимізації структури степеневого ряду.

Під час аналізу вітчизняних і закордонних публікацій було виявлено, що питанню ідентифікації нелінійних багатовимірних об'єктів систем керування присвячено доволі багато наукових праць і досліджень [1, 2, 3, 4], але питання застосування методів теорії штучного інтелекту у симбіозі із теорією функціональних степеневих рядів, зокрема із рядами Тейлора для багатовимірного випадку, не висвітлено в достатній мірі.

З вище наведеного випливає основна **мета дослідження** – застосувати алгоритм зворотного поширення похибки для оптимізації коефіцієнтів багатовимірного степеневого ряду Тейлора задля покращення апроксимаційних характеристик останнього, що має довести доцільність такого симбіозу у питаннях підвищення точності ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування.

Для детального аналізу було представлено розвинення цільової функції багатьох змінних у вигляді багатовимірного функціонального ряду Тейлора:

$$f(x,y)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^k\cdot f(x_0,y_0)}{k!}+R_k(x,y), \tag{1}$$

де n – кількість змінних; x, y – змінна функції;

$R_k(x,y)$ – залишковий член у формі Лагранжа:

$$R_k(x,y)=\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^{k+1}\cdot f(\xi,\zeta)}{(k+1)!},\xi\in[x_0,x],\zeta\in[y_0,y]. \tag{2}$$

Отже формула представлення функції $f(x,y)$ у вигляді багатомірного функціонального ряду Тейлора має наступний вигляд:

$$f(x,y)=a_0+a_1\cdot\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]+a_2\cdot\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^2}{2!}+\ldots+$$
$$+a_k\cdot\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^k}{k!}+\frac{\left[(x-x_0)\frac{\partial}{\partial x}+(y-y_0)\frac{\partial}{\partial y}\right]^{k+1}\cdot f(\xi,\zeta)}{(k+1)!}, \quad (3)$$

де a – невідомі коефіцієнти при відповідних членах функціонального ряду.

Для дослідження було обрано довільну цільову функцію двох змінних, що представлена у вигляді:

$$f(x,y)=x^2+y^2+x\cdot e^{(y^2-x^2)}+5. \quad (4)$$

Після розкладення у функціональний ряд Тейлора даної вихідної функції до 6 членів ряду, остаточна формула функції $f(x,y)$ у вигляді багатомірного ряду набуває вигляду:

$$f(x,y)=\frac{x^5}{2}-x^3\cdot y^2-x^3+x^2+\frac{x\cdot y^4}{2}+x\cdot y^2+x+y^2+5. \quad (5)$$

Не важко помітити, що функціональний ряд Тейлора (5) описує еквівалентну йому штучну нейронну мережу, що містить вхідний, вихідний шари та два приховані. Дана нейронна мережа представлена на рис. 1.

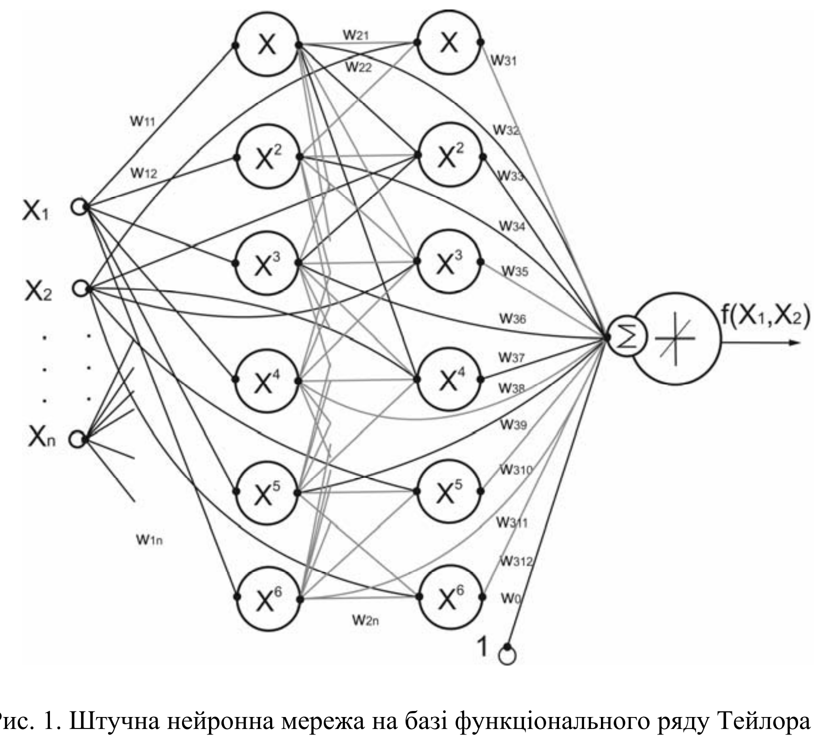


Рис. 1. Штучна нейронна мережа на базі функціонального ряду Тейлора (5)

На рис. 2 зображена первісна багатомірна цільова функція $f(x,y)$, тоді як рис. 3 є результатом ідентифікації функціонального взаємозв'язку двох змінних (5).

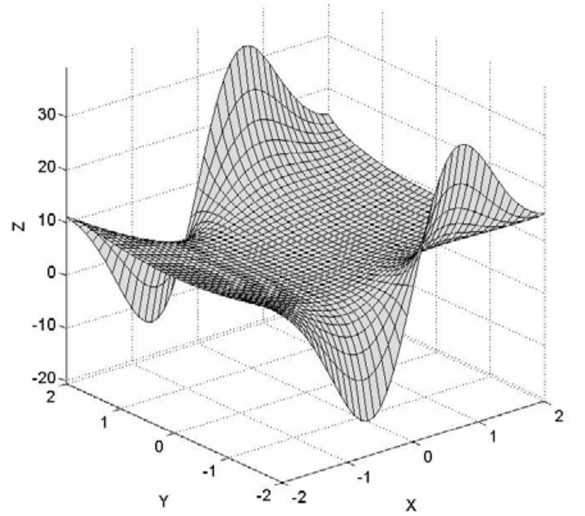
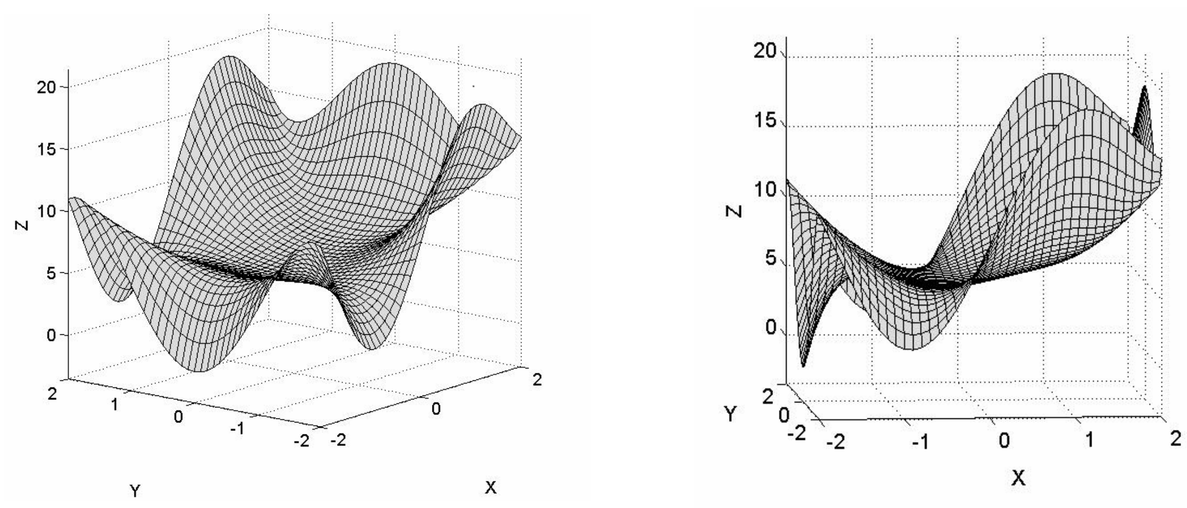


Рис. 2. Зображення первісної цільової функції



а) *б)*

Рис. 3. Результат ідентифікації функціонального взаємозв'язку зображеного графічно на рис. 1

Якщо дана функціональна залежність (5) описує еквівалентну штучну нейронну мережу прямого поширення, то у якості вагових коефіцієнтів вихідного шару виступають коефіцієнти при відповідних членах ряду Тейлора, що дає змогу застосувати найпоширеніші алгоритми тренування нейронних мереж з метою підвищення точності апроксимаційних характеристик багатовимірного функціонального ряду Тейлора.

Одним із найпоширенішим алгоритмів тренування штучних нейронних мереж є алгоритм зворотного поширення похибки [5–9].

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \cdot e_j(n) \cdot \phi'_j\left(\upsilon_j(n)\right) \cdot y_j(n), \tag{6}$$

де η – параметр швидкості навчання алгоритму зворотного поширення похибки; $e_j(n)$ – сигнал похибки вихідного нейрону *j* на ітерації *n*:

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n), \tag{7}$$

$y_j(n)$ – функціональний сигнал на виході нейрону *j* на ітерації *n*; $\phi'_j\left(\upsilon_j(n)\right)$ – похідна відповідної функції активації.

Звертаючи увагу на структуру отриманої штучної нейронної мережі, доцільно буде застосування даного алгоритму до коефіцієнтів при відповідних членах степеневого ряду Тейлора (5).

Після тренування штучної нейронної мережі (рис. 1) шляхом послідовного пред'явлення вхідних образів з одночасним підстроюванням вагових коефіцієнтів через алгоритм зворотного поширення похибки, було досягнуто бажаний результат, що зведений у табл. 1.

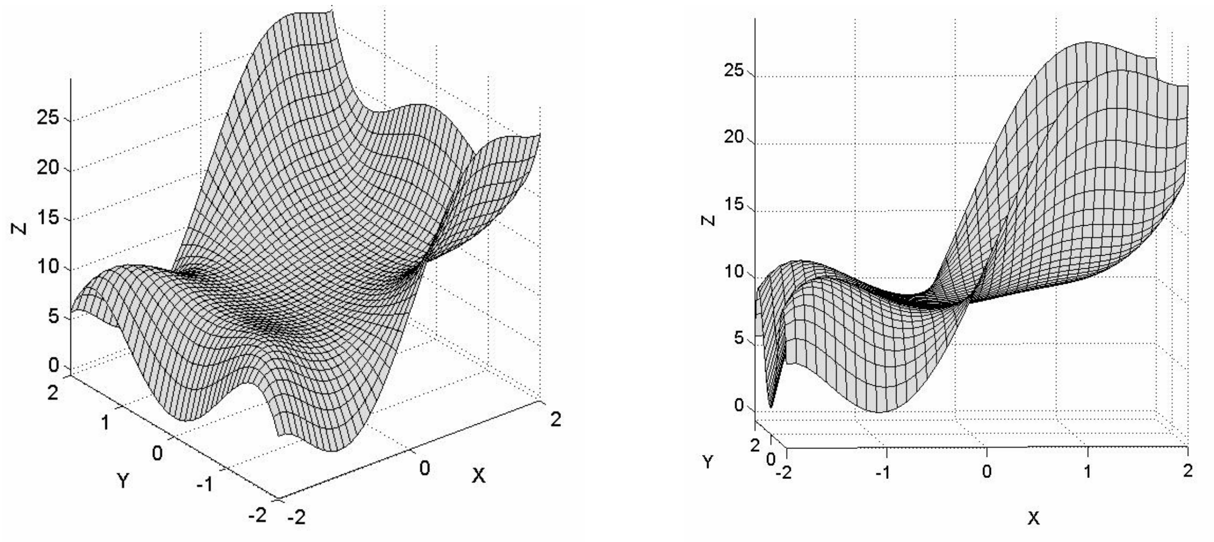
Таблиця 1

Результати тренування нейронної мережі

Вагові коефіцієнти	Ряд Тейлора	Нейронна мережа
w_0	5	6,12
w_{31}	0	0,0213
w_{32}	1	1,34
w_{33}	1	1,062
w_{34}	1	1,13
w_{35}	0	0,005
w_{36}	–1	–1,57
w_{37}	0,5	0,724
w_{38}	0	0,001
w_{39}	0,5	0,64
w_{310}	0	0,002
w_{311}	0	0,003
w_{312}	0	0,001

В даній таблиці представлені вагові коефіцієнти синапсів до і після тренування, а на рис. 4 зображено результат застосування алгоритму тренування до багатовимірного функціонального ряду Тейлора.

На рис. 4, *б* можна помітити, що на проміжку (–1, 1) коливання багатовимірного нелінійного об’єкту після застосування алгоритму зворотного поширення похибки відносно результату ідентифікації функціонального взаємозв’язку на базі степеневого ряду Тейлора (рис. 3, *б*) значно зменшилися, тобто відносне відхилення від первісної цільової функції до тренування складало 54,4%, а після застосування алгоритму – 21,63%. З рис. 3, *б* та 4, *б* і з вище написаного видно, що найбільша відносна похибка на проміжку (–1, 1) функціонального ряду Тейлора значно вища ніж нейронної мережі. Звідси випливає, що застосування алгоритму зворотного поширення похибки до штучної нейронної мережі на базі степеневого ряду Тейлора допомогло значно знизити відносну похибку.



а) *б)*

Рис. 4. Результат застосування алгоритму зворотного поширення похибки до коефіцієнтів багатовимірного функціонального ряду Тейлора

У статті розглянуто питання підвищення точності ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів систем керування на прикладі багатовимірного функціонального ряду Тейлора. Запропонований підхід оптимізації коефіцієнтів степеневого ряду через застосування алгоритму зворотного поширення похибки є ефективним в задачах ідентифікації та апроксимації багатовимірних нелінійних об'єктів, що підтверджується отриманим результатом, а саме зменшенням максимальної відносної похибки апроксимації до 21,63%.

Список використаних джерел

1. Крючин О. В. Параллельные градиентные алгоритмы подбора весовых коэффициентов / О. В. Крючин, Е. В. Вязовова // Вестн. Тамб. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки. — 2013. — Т. 18, № 1. — С. 183—187.
2. Telyakovskii S. A. Convergence of multiple Fourier series for functions of bounded variation / S. A. Telyakovskii, V. N. Temlyakov. — Moscow : Steklov Mathematical Institute. Mathematical Notes. — 1997. — № 61 (4). — pp. 583—595.
3. Царегородцев В. Г. Определение оптимального размера нейросети обратного распространения через сопоставление средних весов синапсов // Материалы XIV Международной конференции по нейрокибернетике. — Ростов-на-Дону, 2005. — Т. 2. — С. 60—64.
4. Hui C.-L. (ed.) Artificial Neural Networks — Application. Издательство InTech, 2011. — 598 pp.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. — 2-е изд. — Пер. с англ. — М. : Вильямс, 2006. — 1104 с. : ил. Парал. тит. англ.
6. Боровиков В. П. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks. Методология и технологии современного анализа данных. — М. : Горячая линия — Телеком, 2008. — 392 с.
7. Барский А. Б. Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений. — М. : Финансы и статистика, 2004. — 176 с: ил. — (Прикладные информационные технологии).
8. Suzuki K. (ed.) Artificial Neural Networks — Architectures and Applications. Издательство InTech, 2013. — 264 pp.
9. Graupe D. Principles of Artificial Neural Networks. 3rd Edition. — World Scientific, 2013. — 363 p.

Tetiana ALTUKHOVA
Krasnoarmeysk

APPROXIMATION OF MULTIDIMENSIONAL NONLINEAR OBJECTS OF POWER SERIES METHOD OF BACK-PROPAGATION ERRORS

This work deals with the application of the algorithm back-propagation for optimizing the values of the coefficients of a multidimensional functional series of Taylor for the purpose of increasing the accuracy of identification and approximation of multidimensional nonlinear objects control systems. The proposed approach optimization of the coefficients of a power series using the algorithm back-propagation is effective in problems of identification and approximation of multidimensional nonlinear objects, is confirmed by the results obtained, namely the reduction of the maximum relative error approximation to 21,63%.

Key words: multidimensional object, Taylor, artificial neural network, identification, back-propagation.

Татьяна АЛТУХОВА
г. Красноармейск

АППРОКСИМАЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ СТЕПЕННЫМИ РЯДАМИ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОШИБКИ

В данной работе рассмотрены вопросы применения алгоритма обратного распространения ошибки для оптимизации значений коэффициентов многомерного функционального ряда Тейлора с целью повышения точности идентификации и аппроксимации многомерных нелинейных объектов систем управления.

Ключевые слова: многомерный нелинейный объект, ряд Тейлора, искусственная нейронная сеть, идентификация, метод обратного распространения ошибки.

Стаття надійшла до редколегії 30.09.2016