УДК 004.77: 681.5.09
Євгеній БОРЧИК, Олексій СТОВБА
м. Миколаїв
borchikeu@gmail.com

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК КІЛЬКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Розрахунок надійності роботи систем з резервуванням залишається актуальною проблемою. Найбільш ефективний метод розрахунку надійності таких систем використовує теорію випадкових марківських процесів і зводиться до розв'язку системи лінійних диференціальних рівнянь Колмогорова. Превагою цього методу є можливість отримання розв'язку задачі про надійність системи в аналітичному вигляді. Суттєвим недоліком є зростання кількості рівнянь системи диференційних рівнянь Колмогорова пропорційно до кількості станів системи з резервуванням, що значно ускладнює або й унеможливлює знаходження розв'язку задачі. В даній роботі розроблений простий чисельний метод розрахунку кількісних показників надійності складних комп'ютерних резервованих систем. Ітераційний процес зводиться до перемноження на кожному кроці вектор-рядка ймовірностей станів на матрицю ймовірностей переходу. В якості тестування чисельного способу розраховані кількісні показники надійності резервованого ОЗП, що складається з двох блоків. Чисельний розв'язок збігається до аналітичного, що знайдений за допомогою системи диференційних рівнянь Колмогорова. Також чисельним способом обчислюються показники надійності локальної комп'ютерної мережі з резервуванням комутаторів і без при умові, що надійність мережі визначається тільки наявністю або відсутністю зв'язків між комутаторами.

Ключові слова: марківський процес, надійність, резервування комутаторів , резервована система,чисельний метод.

Вихід з ладу комп'ютерної системи і окремих її компонентів може призвести до наслідків, що дорого коштують, в роботі будь-якого підприємства. Крім простою в виробничому або технологічному процесі, необхідно враховувати витрати, пов'язані з повторним запуском системи, а також відновленням даних [4].

Використання відмовостійких компонентів в системі управління процесами може мінімізувати дані ризики. Основним методом забезпечення відмовостійкості системи є конструкція, що використовує резервування [4]. При виникненні несправності або виходу з ладу одного з компонентів комп'ютерної системи компоненти, що справно працюють забезпечують продовження роботи системи.

При розрахунку надійності роботи систем з резервуванням застосовуються методи, засновані на використанні паралельно-послідовних структур і методи графів станів [4].

Найбільш ефективний метод розрахунку надійності систем з резервуванням використовує теорію випадкових марківських процесів [1; 3; 4]. Задачі розрахунку кількісних показників надійності резервованих систем розв'язуються таким чином [2]. Спочатку будується розрахункова надійнісна схема. В цій схемі окремі елементи системи можуть відновлюватися, а потоки відмов і відновлень елементів враховуються найпростішими. Тому для розрахунку необхідних показників надійності можна використовувати теорію марківських випадкових процесів. На основі схеми будують граф станів системи, які можуть приймати значення «робочий» і «відмовний». За допомогою графа за відомими правилами [2] записується система диференційних рівнянь Колмогорова, що зв'язує ймовірності знаходження системи в будь-якому з можливих її станів в довільний момент часу. Цю лінійну систему розв' язують методами операційного числення з урахуванням того, що в момент вмикання системи всі її елементи справні. У результаті знаходять ймовірності станів системи в довільний момент часу, час напрацювання та інші кількісні показники надійності.

Превагою розглянутого методу є можливість отримання розв'язку задачі про надійність системи в аналітичному вигляді. Суттєвим недоліком цього методу є зростання кількості рівнянь системи диференційних рівнянь Колмогорова пропорційно до кількості станів системи з резервуванням, що значно ускладнює або й унеможливлює знаходження розв'язку задачі.

Метою даної роботи є розробка на основі теорії випадкових марківських процесів чисельного методу розрахунку параметрів надійності резервованої системи при довільній скінченній кількості її станів.

Розглянемо деяку систему, яка в кожний момент часу знаходиться в одному із станів. В окремі моменти часу $n\Delta t$, де $\Delta t = const.$ – крок за часом, $n = 0, 1, 2, \dots$, система переходить із стану i в стан j. Зокрема, після випробування система може залишитися в тому ж стані ("перейти" зі стану i в стан i) . Нехай в момент часу $t = n\Delta t$ ймовірності станів системи є $p_j(t)$ $(j = \overline{1,k})$. Для того, щоб знайти ймовірності станів системи $p_j(t+\Delta t)$ $(j = \overline{1,k})$ в момент часу $t + \Delta t$, скористаємося формулою повної ймовірності :

$$p_j(t+\Delta t) = p_1(t)r_{1j}(t) + \dots + p_k(t)r_{kj}(t) = \sum_{i=1}^{k} p_i(t)r_{ij}(t)\,, \qquad (1)$$

де $r_{ij}(t)$ – ймовірність переходу системи зі стану i, який вона брала в момент часу t, в стан j, який вона приймає в момент часу $t + \Delta t$. Запишемо (1) у векторній формі:

$$\mathbf{p}(t+\Delta t) = \mathbf{p}(t)\mathbf{R}(t)\ , \qquad (2)$$

де $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_k(t))$, $\mathbf{p}(t+\Delta t) = (p_1(t+\Delta t), p_2(t+\Delta t), \dots, p_k(t+\Delta t))$ – вектор-рядки ймовірностей станів системи в моменти часу t і $t+\Delta t$ відповідно, $\mathbf{R}(t) = \left\| r_{ij}(t) \right\|_{i,j=1}^{k}$ – матриця ймовірностей переходу, яка має такі властивості, що всі її елементи ненегативні й сума елементів кожного рядка дорівнює 1. Враховуючи, що потоки відмов і відновлень найпростіші, будемо задавати елементи матриці ймовірностей переходу в наступному вигляді

$$r_{ij} = \alpha_{ij}\Delta t \exp(-\alpha_{ij}\Delta t)\,, \qquad (3)$$

де $\alpha_{ij} = const$ – інтенсивності переходу системи зі стану i в стан j. Якщо Δt мале, точніше $\alpha_{ij}\Delta t <<\ 1$, то (3) можна записати в вигляді

$$r_{ij} = \alpha_{ij}\Delta t. \qquad (4)$$

Якщо заданий початковий вектор-рядок ймовірностей станів системи $\mathbf{p}(0) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_k(0))$ і відома матриця ймовірностей переходу $\mathbf{R}(t)$, то за ітераційною формулою (2) легко знаходяться ймовірності станів системи в будь-який момент часу.

Якщо система являє собою однорідний марківский ланцюг (в цьому випадку матриця ймовірностей переходу не залежить від t, тобто $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}(0)$ для $t = n\Delta t$ ($n = 0,1,2,\dots$)), то за теоремою про граничні ймовірності [1] ітераційний процес (2) збігається при $n \to \infty$ до граничного розподілу ймовірностей $\mathbf{p}^* = (p^*{}_1, p^*{}_2, \dots, p^*{}_k)$, $p^*{}_j = const.$ $(j = \overline{1,k})$, взагалі кажучи, залежного від початкового стану системи $\mathbf{p}(0)$.

Для обчислення часу T_i перебування системи в i-ому стані за умови, що з моменту початку роботи системи минув час $T = N\Delta t$; N – деяке натуральне число, будемо користуватися наступним міркуванням. Час перебування системи в i-ому стані в проміжку часу від $t = n\Delta t$ до $t + \Delta t$, очевидно, дорівнює $p_i(t)\Delta t = p_i(n\Delta t)\Delta t$. Тоді

$$T_i = \sum_{n=1}^{N} p_i(n\Delta t)\Delta t. \qquad (5)$$

Виникає питання про збіжність розв’язку за ітераційною формулою (2). Перепишемо (2) в координатній формі, враховуючи властивість матриці $\mathbf{R}$, яка полягає в тому, що сума всіх елементів i-го рядка цієї матриці дорівнює одиниці:

$$p_i(t+\Delta t)=\sum_{j=1}^{k} p_j(t) r_{ji}=\sum_{j=1}^{i-1} p_j(t) r_{ji}+p_i(t)`(1-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k} r_{ji})+\sum_{j=i+1}^{k} p_j(t) r_{ji}. \qquad (6)$$

Застосовуючи до (6) операцію транспонування, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь

$$p_i(t+\Delta t)=\sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}\, p_j(t)+p_i(t)`(1-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k} r_{ji})+\sum_{j=i+1}^{k} r_{ij}\, p_j(t), \qquad i=\overline{1,k},$$

яку з урахуванням (4) легко привести до вигляду:

$$\frac{p_i(t+\Delta t)-p_i(t)}{\Delta t}=\sum_{j=1}^{i-1}\alpha_{ij}\, p_j(t)+\sum_{j=i+1}^{k}\alpha_{ij}\, p_j(t)-p_i(t)`\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k}\alpha_{ji} \qquad (7)$$

Система (7) це різницева схема Ейлера системи диференційних рівнянь Колмогорова. Нескладно бачити, що системи (6) та (7) еквівалентні при умові (4) та $\Delta t \neq 0$. Таким чином, розрахунок ймовірностей станів за ітераційною формулою (2) еквівалентний розв’язуванню системи диференційних рівнянь Колмогорова методом Ейлера. Цей метод, як відомо, збігається при $\Delta t \to 0$.

В якості тестування чисельного методу розглядалась задача про розрахунок кількісних показників надійності ОЗП, що складається з двох однакових блоків, один з котрих використовується в режимі гарячого (навантаженого) резерву і може заміняти другий блок на період його ремонту.

Виявилось, що чисельний результат на основі ітераційної формули (2) співпадає з достатньою точністю з аналітичним розв’язком [2] цієї задачі.

В якості приклада застосування представленого чисельного методу розглянемо задачу про обчислення кількісних показників надійності нерезервованої ЛКМ. Необхідно обчислити ймовірність безвідмовної роботи і напрацювання на відмову ЛКМ (рис. 1), що не відновлюється, при умові, що надійність мережі визначається тільки наявністю або відсутністю зв’язків між комутаторами. Зв’язки між комутаторами 1 і 2, 2 і 3, 3 і 4 позначимо 1, 2, 3 відповідно. Інтенсивності відмов зв'язків між комутаторами $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ постійні в часі. Потоки відмов зв'язків між комутаторами вважатимемо найпростішими. Приймемо, що в момент включення мережі всі зв'язки справні.

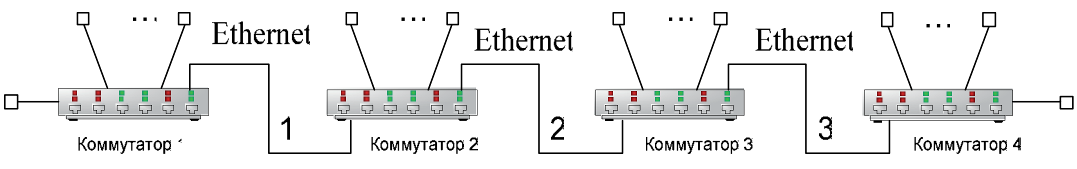

Рис. 1. Нерезервована ЛКМ

Розглянемо можливі стани мережі в період її експлуатації і зведемо їх у таблицю 1.

Таблиця 1

Стани мережі в період її експлуатації

Стан	Працюючі зв’язки	Зв’язки, що відмовили	Стан мережі в цілому
1	1, 2, 3	–	робочий
2	2, 3	1	відмовний
3	1, 3	2	відмовний
4	1, 2	3	відмовний

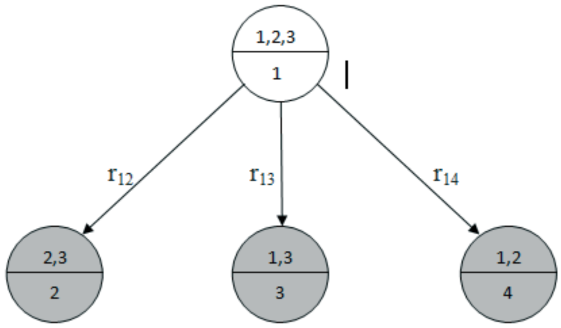

Рис. 2. Граф станів нерезервованої ЛКМ

Враховуючи умови задачі, будується граф станів (рис. 2). У зображені вершин вказується номер стану системи і працюючі зв'язки між комутаторами в цьому стані. Вершини 2, 3, 4 графу станів, що відповідають відмовному стану, зафарбовані.

Матриця ймовірностей переходу розглянутої системи має вигляд

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 - r_{12} - r_{13} - r_{14} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де враховано, що потоки відмов і відновлень найпростіші і тому елементи матриці ймовірностей переходу можна записати в вигляді

$$r_{ij} = \alpha_{ij} \Delta t \exp(-\alpha_{ij} \Delta t),$$

$\alpha_{ij} = const$ – інтенсивності переходу системи зі стану i в стан j. За умовою задачі $\alpha_{12} = \lambda_1$, $\alpha_{13} = \lambda_2$, $\alpha_{14} = \lambda_3$.

Використовуючи математичний пакет Mathcad, знаходимо рішення розглянутої задачі за формулами (2), (5) при значеннях $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$, де величини λ_1, λ_2, λ_3 мають розмірність $[1/\textit{одиниця} \quad \textit{часу}]$.

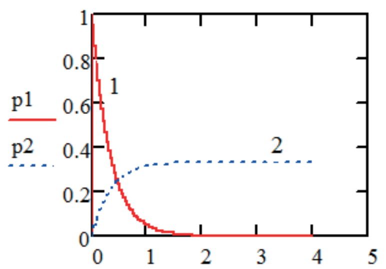

Рис. 3. Залежність ймовірностей $p_i(t)$ перебування системи в станах i від часу t

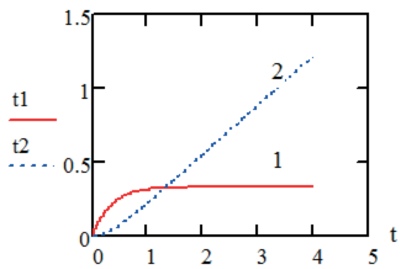

Рис. 4. Залежність часу $T_i(t)$ перебування системи в станах i від часу t

На рис. 3, 4 представлені результати розрахунків ймовірностей $p_i(t)$ і часу перебування системи в станах i $(i = \overline{1,4})$ $T_i(t)$ залежно від часу t. Крок за часом Δt приймався рівним 0.0001 одиниць часу. На малюнку 3 крива 1 представляє залежність $p_1(t)$, крива 2 – залежність $p_2(t) = p_3(t) = p_4(t)$. Оскільки система являє собою однорідний марківский ланцюг, то, як було зазначено вище, чисельне рішення збігається при $n \to \infty$ (тобто при $t \to \infty$) до граничного розподілу ймовірностей $\mathbf{p}^*$. В даному випадку, як видно з рис.3, $\mathbf{p}^* = (0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

На рис. 4 крива 1 представляє залежність $T_1(t)$, крива 2 – залежність $T_2(t) = T_3(t) = T_4(t)$. З рисунка 4 видно, що час T_1 збігається при $t \to \infty$ до граничного значення T_1^*. При чисельному розрахунку в якості граничного значення приймалося T_1 при $t = 100$ одиниць часу. При цьому виявилося, що $T_1(100) = 0{,}333$ одиниць часу, $T_2(100) = T_3(100) = T_4(100) = 32{,}222$ одиниць часу . Тоді напрацювання на відмову визначається середнім часом знаходження системи в єдиному робочому стані – стані 1, тобто $T_0 = T_1(100) = 0{,}333$ одиниць часу.

У попередньому прикладі розглядалась нерезервована ЛКМ, яка виходить з ладу, коли порушується зв'язок хоча б між однією парою комутаторів. Для того, що б підвищити надійність ЛКМ, створюють резервний канал між першим та останнім комутаторами. Таким чином утворюється кільце:

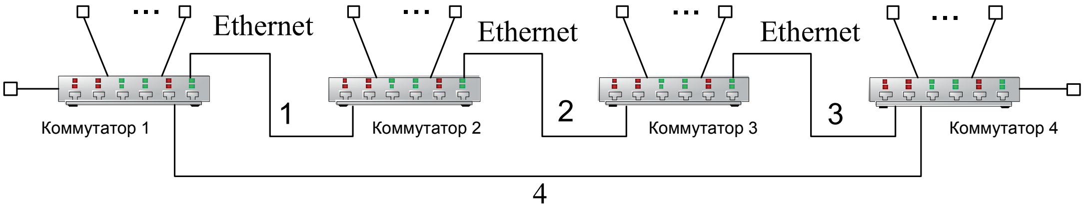

Рис. 5. ЛКМ з кільцевим резервуванням

Розглянемо наступну задачу. Необхідно обчислити ймовірність безвідмовної роботи і напрацювання на відмову резервованої ЛКМ (рис. 5), що відновлюється, при умові, що надійність мережі визначається тільки наявністю або відсутністю зв'язків між комутаторами. Зв'язки між комутаторами 1 і 2, 2 і 3, 3 і 4, 1 і 4 позначимо 1, 2, 3, 4 відповідно. Інтенсивності потоків відмов зв'язків між комутаторами $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ і потоків відновлень цих зв'язків $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ постійні в часі. Потоки відмов та відновлень зв'язків між комутаторами вважатимемо найпростішими. Приймемо, що в момент включення мережі всі зв'язки справні.

Розглянемо можливі стани мережі в період її експлуатації і зведемо їх у таблицю 2.

Таблиця 2

Стани мережі в період її експлуатації

Стан	Працюючі зв'язки	Зв'язки, що відмовили	Стан мережі в цілому
1	1, 2, 3, 4	–	робочий
2	2, 3, 4	1	робочий
3	1, 3, 4	2	робочий
4	1, 2, 4	3	робочий
5	1, 2, 3	4	робочий
6	3, 4	1 або 2	відмовний
7	2,4	1 або 3	відмовний
8	2, 3	1 або 4	відмовний
9	1, 4	2 або 3	відмовний
10	1, 3	2 або 4	відмовний
11	1, 2	3 або 4	відмовний

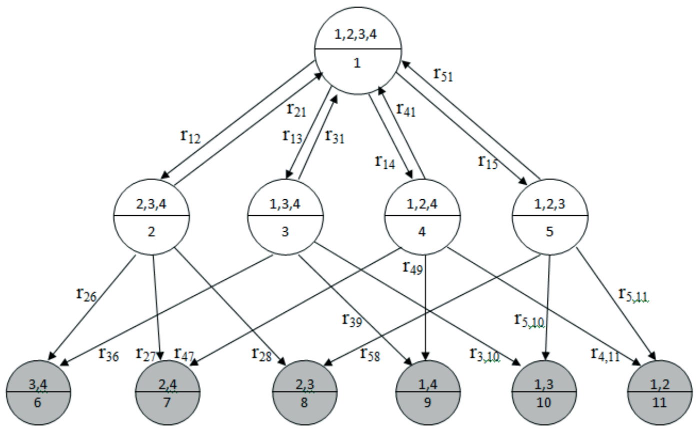

Рис. 6. Граф станів резервованої ЛКМ

Враховуючи умови задачі, будується граф станів (рис. 6). У зображенні вершин графа вказується номер стану системи і працюючі зв'язки між комутаторами в цьому стані. Вершини 6, 7, 8, 9, 10, 11 графу станів , що відповідають відмовному стану, зафарбовані.

Матриця ймовірностей переходу системи, що розглядається, має вигляд

$$\mathbf{R}=\begin{pmatrix}
1-\sum_1 & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
r_{21} & 1-\sum_2 & 0 & 0 & 0 & r_{26} & r_{27} & r_{28} & 0 & 0 & 0\\
r_{31} & 0 & 1-\sum_3 & 0 & 0 & r_{36} & 0 & 0 & r_{39} & r_{3,10} & 0\\
r_{41} & 0 & 0 & 1-\sum_4 & 0 & 0 & r_{47} & 0 & r_{49} & 0 & r_{4,11}\\
r_{51} & 0 & 0 & 0 & 1-\sum_5 & 0 & 0 & r_{58} & 0 & r_{5,10} & r_{5,11}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix},$$

де $\sum_1 = r_{12}+r_{13}+r_{14}+r_{15}$, $\sum_2 = r_{21}+r_{26}+r_{27}+r_{28}$, $\sum_3 = r_{31}+r_{36}+r_{39}+r_{3,10}$, $\sum_4 = r_{41}+r_{47}+r_{49}+r_{4,11}$, $\sum_5 = r_{51}+r_{58}+r_{5,10}+r_{5,11}$.

Оскількі потоки відмов і відновлень найпростіші, то елементи матриці ймовірностей переходу можна записати в вигляді

$$r_{ij} = \alpha_{ij}\Delta t\exp(-\alpha_{ij}\Delta t)\,,$$

$\alpha_{ij} = const$ – інтенсивності переходу системи зі стану i в стан j. За умовою задачі (рис. 6 або табл. 2) маємо $\alpha_{12}=\alpha_{36}=\alpha_{47}=\alpha_{58}=\lambda_1$, $\alpha_{13}=\alpha_{26}=\alpha_{49}=\alpha_{5,10}=\lambda_2$, $\alpha_{14}=\alpha_{27}=\alpha_{39}=\alpha_{5,11}=\lambda_3$, $\alpha_{15}=\alpha_{28}=\alpha_{3,10}=\alpha_{4,11}=\lambda_4$.

Використовуючи математичний пакет Mathcad, знаходимо рішення розглянутої задачі за формулами (2), (5) при значеннях $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=1\ \left[1/\textit{одиниця}\quad \textit{часу}\right]$.

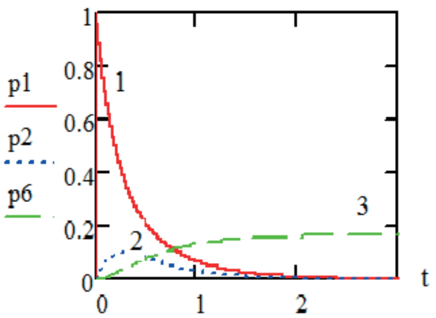

Рис. 7. Залежність ймовірностей $p_i(t)$ перебування системи в станах i від часу t

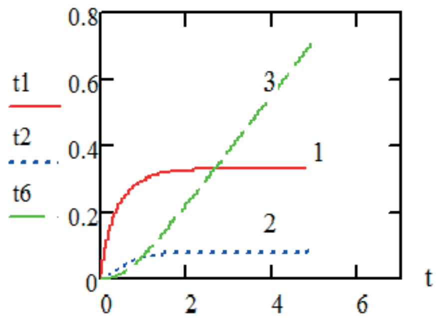

Рис. 8. Залежність часу $T_i(t)$ перебування системи в станах i від часу t

На рис. 7, 8 представлені результати розрахунків ймовірностей $p_i(t)$ і часу перебування системи в станах i $(i=\overline{1,11})$ $T_i(t)$ залежно від часу t. Крок за часом Δt приймався рівним 0.0001 одиниць часу. На малюнку 7 крива 1

представляє залежність $p_1(t)$, крива 2 – залежність $p_2(t)=p_3(t)=p_4(t)=p_5(t)$,

крива 3 – залежність $p_6(t)=p_7(t)=p_8(t)=p_9(t)=p_{10}(t)=p_{11}(t)$. Оскільки система являє собою однорідний марківський ланцюг , то, як було зазначено вище, чисельне рішення збігається при $n\to\infty$ (тобто при $t\to\infty$) до граничного розподілу ймовірностей $\mathbf{p}^*$. В даному випадку, як видно з рис. 7, $\mathbf{p}^*=(0,0,0,0,0,\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{6})$.

На рис. 8 крива 1 представляє залежність $T_1(t)$, крива 2 – залежність $T_2(t)=T_3(t)=T_4(t)=T_5(t)$, крива 3 – залежність $T_6(t)=T_7(t)=T_8(t)=T_9(t)=$ $T_{10}(t)=T_{11}(t)$. З рисунка 8 видно, що час T_1 і час T_2 збігаються при $t\to\infty$ до граничних значень T_1^* і T_2^*. При чисельному розрахунку в якості граничних значень приймалися T_1 і T_2 при $t=100$ одиниць часу. При цьому виявилося, що $T_1(100)=0{,}333$ одиниць часу; $T_2(100)=T_3(100)=T_4(100)=T_5(100)=0{,}083$ одиниць часу. Тоді напрацювання на відмову T_0^R локальної комп'ютерної мережі з кільцевим резервуванням визначається середнім часом знаходження системи в робочих станах – станах 1, 2, 3, 4, 5, тобто $T_0^R=T_1(100)+4T_2(100)=0{,}333+4*0{,}083=0{,}667$ одиниць часу.

Цікаво порівняти значення часу напрацювання T_0 нерезервованої ЛКМ з часом напрацювання ЛКМ з кільцевим резервуванням. Для цього проведемо чисельний розрахунок при значеннях параметрів задачі $\lambda=1$ і $\mu=0$. Виявилося, що $T_1(100)=0{,}25$ одиниць часу; $T_2(100)=T_3(100)=T_4(100)=T_5(100)=0{,}083$ одиниць часу. Тобто $T_0^R=T_1(100)+4T_2(100)=$ $=0{,}25+4*0{,}083=0{,}583$ одиниць часу. Порівняння значень T_0 і T_0^R показує, що створення резервного каналу між першим та останнім комутаторами нерезервованої ЛКМ, збільшує при $\lambda=1$ час напрацювання ЛКМ, що не відновлюється ($\mu=0$), в $\frac{T_0^R}{T_0}=\frac{0{,}583}{0{,}333}=1{,}751$ разів.

Крім цього виникає питання, як буде залежати час напрацювання T_0^R ЛКМ з кільцевим резервуванням, що відновлюється, від інтенсивності потоку відновлень μ. Був проведений розрахунок при значенні інтенсивності потоків відмов зв'язків між комутаторами $\lambda=1$ і значеннях інтенсивності потоку відновлень $\mu=$ 0, 5, 10, 15, 20, ..., 100, 120, 140, 160, ..., 300. Виявилось, що ця залежність лінійна (рис. 9).

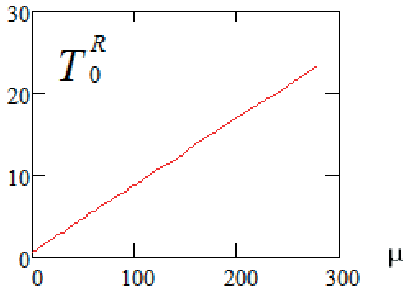

Рис. 9. Залежність часу напрацювання T_0^R ЛКМ з кільцевим резервуванням, що відновлюється, від інтенсивності потоку відновлень μ

Таким чином, розроблений простий чисельний метод дозволяє обчислювати параметри надійності резервованої комп'ютерної

системи. Він може бути реалізований програмним шляхом і застосовуватись для розв'язання задач розрахунку відмовостійкості систем різноманітної складності з достатньою точністю. Подальші дослідження будуть спрямовані в напряму застосування чисельного способу для обчислення кількісних показників надійності резервованих систем з урахуванням залежності інтенсивностей відмов (наприклад, після ремонту) і відновлень від часу.

Список використаних джерел

1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей : учебник / Б. В. Гнеденкою. — Изд. 8-е, испр. и доп. — М. : Едиториал УРСС, 2005. — 448 с.
2. Микропроцессоры : в 3-х кн. Средства отладки, лабораторный практикум и задачник : учеб. для втузов / Н. В. Воробьев, В. Л. Горбунов, А. В. Горячев [и др.] ; под редакцией Л. Н. Преснухина. — М. : Высш. шк., 1986. — Кн. 3. — 351 с.
3. Романцев В. В. Аналитические модели систем массового обслуживания : учеб. пособие / В. В. Романцев. — СПб. : СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 1998. — 67 с.
4. Шишмарев В. Ю. Надежность технических систем: учебник для вузов / В. Ю. Шишмарев. — М. : Академия, 2010. — 304 с.

Eugene BORCHIK, Olexiy STOVBA
Mykolaiv

NUMERICAL CALCULATION OF QUANTITATIVE INDICATORS OF RELIABILITY OF REDUNDANT COMPUTER SYSTEMS

The calculation of the reliability of redundant systems is an urgent problem. The most effective method of calculating the reliability of such systems using the theory of Markov random processes and reduced to solving a system of linear differential Kolmogorov equations. The advantage of this method is the possibility of solving the problem of the reliability of the system in an analytical way. An essential drawback of this method is the increasing number of equations of Kolmogorov system of differential equations in proportion to the number of states of the redundant system, that greatly hinders or even prevents the solution of the problem. This paper developed a simple numerical method to calculate quantitative indicators of reliability of complex computer redundant systems. Iterative process comes to every step multiplying of vector-row probabilities of states to the matrix of transition probabilities. As a way of testing the numerical method reliability of redundant RAM consisting of two blocks is calculated. The numerical solution comes to the analytical one which was found by the Kolmogorov system of differential equations. Also numerical method is used for calculation of reliability characteristics of Local Area Net whith redundant switches and whithout their.

Key words: Markov process, reliability, redundant switch, redundant system, numerical method.

Евгений БОРЧИК, Алексей СТОВБА
г. Николаев

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

Расчет надежности работы систем с резервированием остается актуальной проблемой. Наиболее эффективный метод расчета надежности таких систем использует теорию случайных марковских процессов и сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений Колмогорова. Преимуществом этого метода является возможность получения решения задачи о надежности системы в аналитическом виде. Существенным недостатком является рост количества уравнений системы дифференциальных уравнений Колмогорова пропорционально количеству состояний системы с резервированием, что значительно усложняет или даже делает невозможным нахождение решения задачи. В данной работе разработан простой численный метод расчета количественных показателей надежности сложных компьютерных резервируемых систем. Итерационный процесс сводится к умножению на каждом шагу вектор-строки вероятностей состояний на матрицу вероятностей перехода. В качестве тестирования численного метода рассчитывались количественные показатели надежности резервированного ОЗУ, состоящего из двух блоков. Численное решение сходится к аналитическому, найденному с помощью системы дифференциальных уравнений Колмогорова. Также численным методом вычисляются показатели надежности локальной компьютерной сети с резервированием коммутаторов и без при условии, что надежность сети определяется только наличием или отсутствием связей между коммутаторами.

Ключевые слова: марковский процесс, надежность, резервирование коммутаторов, резервированная система , численный метод.

Стаття надійшла до редколегії 27.02.2016